THÉORIE ÉLÉMENTAIRE ET EMPLOI DES

PLANIMÈTRES

PAR

PAUL BEAU

Ancien Élève de l'École Polytechnique

H. MORIN

ÉDITEUR

11, Rue Dulong

PARIS

THÉORIE ET MODE D'EMPLOI
DES PLANIMÈTRES

●

RÉSUMÉ :

Les planimètres à contournement sont des instruments destinés à mesurer sur un plan, par un procédé mécanique, l'aire d'un contour fermé.

Ils comprennent :

1° Une tige horizontale dite **bras traceur** dont une extrémité porte une pointe servant de traçoir et l'autre un axe vertical qui est assujetti à se mouvoir le long d'une **courbe directrice** (pratiquement un cercle ou une droite).

2° Une **roulette** tournant autour d'un axe horizontal et parallèle au bras traceur. Cette roulette, divisée avec vernier, entraîne un disque chiffrant les tours et forme un compteur à quatre chiffres.

La surface de toute figure dont le contour est suivi par le planimètre, est égale au produit de la longueur du bras traceur par la longueur développée de l'arc dont a tourné la roulette. En choisissant, suivant l'échelle du plan, la longueur du bras traceur, la surface cherchée est donnée directement par le produit du nombre lu sur le compteur et d'un facteur simple.

Même les personnes qui n'ont pas l'habitude des calculs peuvent se servir aisément de ces instruments et elles opèrent alors beaucoup plus vite et avec plus de précision qu'un praticien habile employant les procédés graphiques courants de mesure.

●

Les planimètres se divisent, d'après leur courbe directrice, en deux catégories :

1° **Les planimètres polaires,** dont la directrice est un **cercle.** Ce cercle est matérialisé par un bras polaire tournant autour d'un pivot formé soit d'une pointe piquée dans le papier, soit d'une rotule et relié au bras traceur par son articulation d'extrémité.

a) Dans le type **AMSLER,** cette articulation qui est un axe vertical ne permet le contournement de la figure qu'en plaçant l'appareil d'une seule façon par rapport au centre de gravité de celle-ci.

b) Dans le type **CORADI,** cette articulation est une rotule sphérique à axe vertical. Elle permet de placer l'appareil de deux façons symétriques par rapport au centre de gravité de la figure et donne ainsi la possibilité de mesurer cette figure de deux façons.

La moyenne des deux mesures élimine l'erreur dûe au non-parallélisme absolu pouvant exister entre l'axe de pivotement de la roulette et le bras traceur.

On a donné à ce type d'appareil le nom de Planimètre compensateur.

2° **Les planimètres linéaires,** dont la directrice est une **droite.** On trouve parmi eux le planimètre linéaire **AMSLER,** et le planimètre roulant **CORADI.**

THÉORIE ÉLÉMENTAIRE DU PLANIMÈTRE :

Une aire est le résultat du déplacement d'une ligne ; Supposons une ligne déterminée se déplaçant parallèlement à elle-même dans une direction donnée ; la surface de l'aire formée par le balayage de la ligne sera représentée par le produit de la longueur **L** de la ligne par la distance normale **u** entre ses deux positions extrêmes. Lorsque celle-ci est une courbe, il faut prendre la distance **u** entre deux tangentes parallèles.

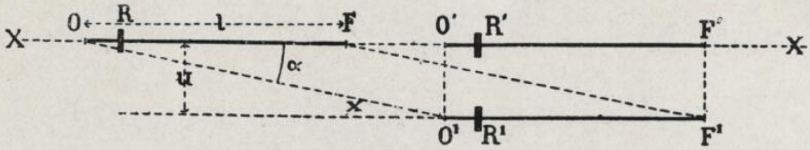

Fig. I

Prenons pour cette ligne une tige **O F**. A l'une de ses extrémités est adaptée la pointe **F** comme traçoir. Reliée à cette tige et reposant sur le plan, se trouve une roulette **R** dont l'axe est horizontal et parallèle à **O F** ; elle pivote autour de son axe sans aucun frottement.

1° La tige glisse sur elle-même.

Lorsque cette tige se déplace, dans la direction de son axe, jusqu'en **O′ F′**, elle ne produit point d'aire et la roulette **R** dont l'axe est parallèle à sa direction primitive, n'a exécuté aucune rotation : elle n'a fait que glisser.

Appelons cette position de la tige **"position normale"** tandis que la ligne décrite par la pointe durant le mouvement de la tige est dénommée ligne fondamentale ou **"base"**. Nous la désignerons dorénavant par les lettres **X X.**

2° La tige se déplace parallèlement à elle-même.

La tige étant en **O′ F′**, déplaçons-la parallèlement à elle-même pour l'amener en O_1 F_1 ; elle a balayé dans ce déplacement une surface rectangulaire pendant que la roulette, opérant un mouvement perpendiculaire à son propre axe, a déroulé un arc **u** dont la longueur est égale à la distance normale entre les deux positions de la tige. Il s'ensuit que la surface **S** du rectangle O' F' F_1 O_1 est $= L \times u$, ce qui veut dire :

La surface de l'aire balayée par la tige est le produit de la longueur de la tige par la longueur de son déplacement latéral, ou, en désignant de nouveau par **X X** la position normale de la tige, cette surface est égale au produit de la longueur de la tige par la distance directe entre celle-ci et sa position normale.

3° La tige se déplace dans un sens oblique à elle-même.

Si l'on amène la tige directement de la position **O F** sur la ligne O_1 F_1, le mouvement de la roulette se décomposera en mouvements glissants infiniment petits, parallèles à **X X**, et en mouvements rotatoires infiniment petits, perpendiculaires à l'axe de la roulette. La somme de ces derniers forme l'arc **u**, tandis que les mouvements glissants ne produisent rien.

Si nous ramenons la tige O_1 F_1 en **O F**, soit directement, soit en lui faisant faire un détour par **O' F'**, la roulette enregistrera un mouvement rotatoire en sens inverse absolument de la même importance ; la surface produite se réduira exactement à zéro la même aire ayant été balayée une fois dans le sens positif, la seconde fois dans le sens négatif. Puisque tous les parallélogrammes de même base et de même hauteur sont d'égale surface, il est indifférent que la tige ait été ramenée dans la position normale **X X** par un chemin ou un autre ; le produit total du mouvement sera toujours égal à zéro.

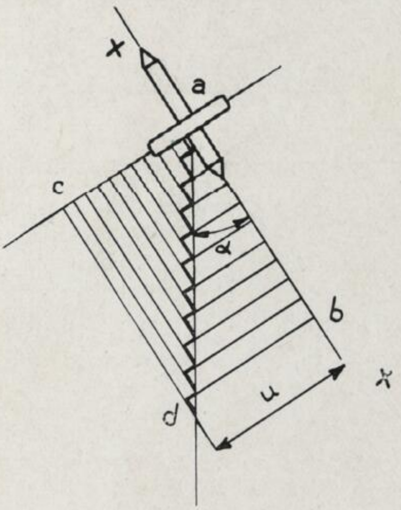

Fig. 2

La figure 2 montre mieux ce qui se passe pour la roulette. Lorsque le point d'appui de la roulette passe de **a** en **d**, ce mouvement se compose d'une somme de mouvements infiniment petits, les uns perpendiculaires, les autres parallèles à l'axe de la roulette, et qui forment un escalier le long de **a d**, Les premiers en s'additionnant forment le total **a c = b d = u** ; **u** est le déroulement de la roulette. Les seconds, formant le total **a b** ne répresentent qu'un glissement dont l'effet sur la roulette est nul.

a d ou **x** est le chemin parcouru par le point d'appui de la roulette ; soit α l'angle que fait cette ligne avec l'axe **XX** de la roulette.

Les trois quantités sont liées par la relation $\mathbf{u} = \mathbf{x} \sin \alpha$ et la surface balayée

$$S = L\,u = L\,x \sin \alpha.$$

4° La tige tourne autour d'une de ses extrémités.

On conviendra de considérer comme positif tout contournement effectué dans le sens des aiguilles d'une mon're, et comme négatif tout contournement effectué en sens inverse.

Lorsque la tige **O F** évolue autour de son axe vertical **O** de manière que la pointe trace un arc de cercle **F F'**, la tige balaie un secteur d'angle au centre α (fig. 3).

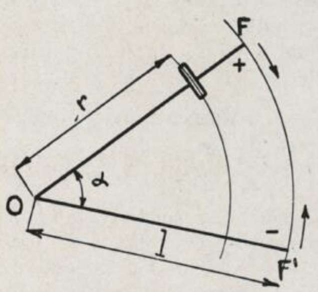

Fig. 3

soit **r** la distance entre la roulette et le centre d'évolution **O** ; le déroulement **u** est mesuré par $r\,\alpha$,

$$\text{d'où } \alpha = \frac{u}{r}$$

et la surface **S** balayée par la tige a pour valeur

$$\frac{L^2\,\alpha}{2} = \frac{L^2\,u}{2\,r}$$

Pour contournement complet la valeur de α est $2\,\pi$, ce qui donne

$$u = 2\,r\,\pi \quad \text{et} \quad S = L^2\,\pi.$$

Si la tige est ramenée à son point de départ sans avoir fait un tour entier autour de son pivot, le secteur est balayé dans le sens inverse ou négatif : l'arc **u**, ainsi que la surface parcourue **S**, se réduisent à zéro.

MESURE DES AIRES

Les mouvements élémentaires étant étudiés, nous allons en déduire la mesure des aires en commençant par les cas les plus simples.

1° LA DIRECTRICE EST UNE DROITE ET L'AIRE EST UN RECTANGLE.

a) Un côté du rectangle est commun avec la directrice.

Cherchons à évaluer l'aire **a b c d** en la contournant avec le traçoir **F**, pendant que l'extrémité **O** de la tige **O F** $=$ **L**, s'appuie constamment sur la directrice **X X** (fig. 4). **F**, passant de **d** en **a**, la roulette d'après ce qui précède déroulera la longueur **u**. De **a** en **b**, le déroulement de la roulette est évidemment identique et de sens contraire au déroulement de **c** en **d**. De **b** en **c**, la roulette ne fait que glisser.

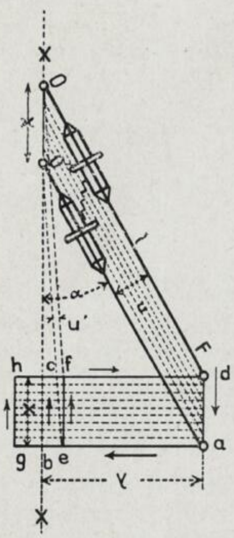

Fig. 4

Le déroulement total de la roulette est donc seulement **u** lorsqu'on contourne **a b c d** ; et le produit **u L** qui mesure la surface **O d a O'**, a la même valeur que la surface **x y** du rectangle **a b c d**, car

$$u = x \sin \alpha \text{ et } L = y \frac{1}{\sin \alpha}$$

b) Le rectangle est entièrement d'un côté de la directrice.

C'est par exemple le rectangle **a e f d** (fig. 4), que nous contournons dans le sens positif, à partir de **d**.

Nous savons déjà que de **d** en **a**, la roulette déroule **u**, et que les déroulements de **a** en **e** et **f** en **d** s'annulent.

De **e** en **f**, le déroulement est **u'**, fait en sens inverse de **u**, et le produit **L u'** mesure l'aire **e f c b**.

Il s'ensuit que revenue en **d**, la roulette a déroulé seulement la longueur **u — u'** et l'aire mesurée est

L u — **L u'** = aire **d a b c** — aire **e f b c** = aire **d a e f**.

c) Le rectangle est situé de part et d'autre de la directrice.

Par exemple, s'il s'agit du rectangle **d a g h**, il suffit de considérer séparément les deux composants accolés par le côté commun **b c**.

On sait déjà que la portion **d a b c** est mesurée par + **L u** ; la portion **b g h c** n'intervient que par le déroulement de **g** à **h**, de longueur u_1 et dont le signe est le même que **u** : si en effet le déplacement se fait en sens inverse de **d a**, il est de l'autre côté de la directrice, d'où un double changement de signe.

Ainsi aire **d a g h** $= L (u + u_1)$.

2° L'AIRE EST UNE COURBE FERMÉE QUELCONQUE.

La mesure du rectangle **d a g h** continue à être définie de la même façon quand la hauteur du rectangle devient infiniment petite. Seuls interviendront les côtés infiniment petits. **d a** et **g h**.

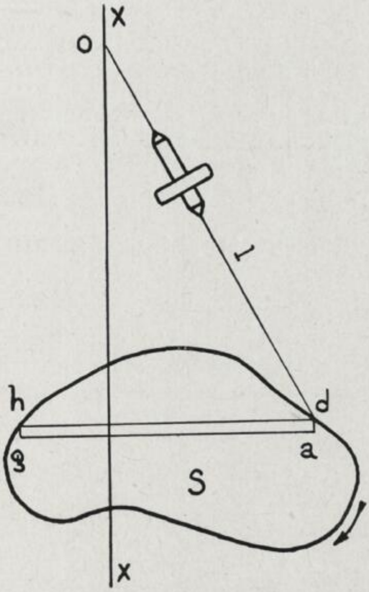

Fig. 5

Or, une aire **S**, peut être considérée comme la justaposition d'une infinité de tels rectangles et sa surface sera mesurée par la somme de toutes ces surfaces, c'est-à-dire par le produit de **L** par le déroulement **u** de la roulette quand le traçoir **F** aura suivi son contour entier.

Conséquences :

Les figures montrent que la roulette peut être montée en n'importe quelle région de la tige motrice, ou en dehors de cette tige, pourvu que son axe reste parallèle à cette tige, qui elle-même reste parallèle au plan de la surface à mesurer.

Pour retrancher deux surfaces l'une de l'autre, il suffit de parcourir la plus petite en sens inverse de la plus grande, c'est-à-dire négativement. Le déroulement final de la roulette donnera le résultat sans opération.

3° LA DIRECTRICE EST UNE COURBE.

Pour éviter des redites lors de l'étude des planimètres en service, nous nous plaçons tout de suite dans le cas le plus courant : un cercle pour directrice et la roulette placée sur le bras traceur du côté du bras polaire (fig. 6, type CORADI).

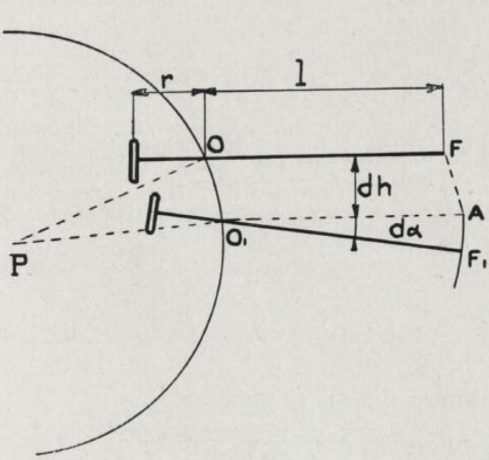

Fig. 6

On fait suivre au traçoir **F** la courbe à étudier ; un déplacement très petit, amenant **O F** en **O_1 F_1**, peut être décomposé en une translation de **O F** en **O_1 A**, suivie d'une rotation de **O_1 A** en **O_1 F_1**, la surface balayée **ds** comprenant un parallélogramme de hauteur **dh** et un secteur d'angle **dα** ; de sorte qu'on a :

$$ds = L\,dh + \frac{1}{2} L^2 d\alpha$$

La roulette est placée à une distance **r** de l'axe **O** d'articulation des deux bras. Dans le déplacement parallèle du bras traceur, la roulette déroule une longueur **dh** ; dans le balayage du secteur, elle déroule en sens contraire de **dh**, une longueur **r d**α. Son développement total est donc donné par

$$du = dh - r\,d\alpha$$

Eliminant **d h** entre ces deux relations, il vient

$$ds = L.\,du + \left(\frac{L^2}{2} + Lr\right) d\alpha$$

L'aire totale balayée par le bras traceur est donnée par la somme algébrique de toutes les surfaces élémentaires telles que **d s**, c'est-à-dire par l'intégration de l'expression de **d s**, entre les deux positions extrêmes atteintes par le bras traceur.

$$\text{Ainsi } \Sigma\, ds = L \Sigma\, du + \left(\frac{L^2}{2} + Lr\right) \Sigma\, d\alpha \qquad (1)$$

Ici deux cas sont à considérer.

a) Le pôle est extérieur à l'aire à mesurer.

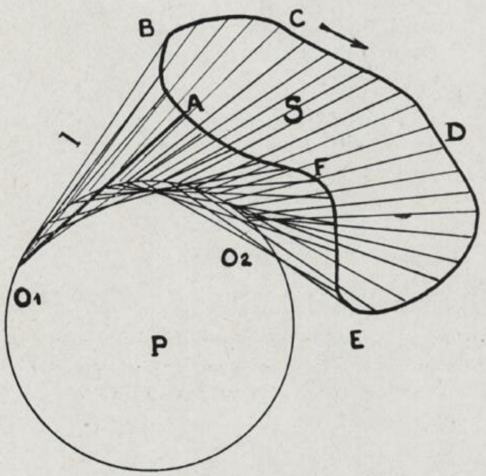

Fig. 7

Représentons les positions successives occupées par le bras traceur dans le contournement de l'aire **S**.

Soient O_1 et O_2 les positions extrêmes occupées sur le cercle directeur par l'extrémité du bras.

Observons comment le bras balaie le plan lorsque son traçoir, partant de **A**, contourne la surface dans le sens **A B C D**. . . . pour revenir en **A**. On constate que l'intérieur de la surface a été balayée une fois, tandis que toute la région extérieure comprise entre la surface et la directrice, et pouvant empiéter (dans le cas de la figure) sur la directrice, l'a été deux fois, mais en deux sens inverses. La somme algébrique des surfaces balayées représente bien la surface **S**, ou $\Sigma\, ds = S$

D'autre part le bras traceur revient à sa position de départ en repassant en sens inverse par toutes ses positions angulaires,

on a donc $\Sigma\, d\alpha = O$

Substituant ces valeurs dans la formule (1), il vient

$$S = L\,u \qquad (2)$$

b) Le pôle est intérieur à l'aire à mesurer.

Le bras traceur revient à sa position de départ mais après une rotation de 360°, ou **2** π, donc $\Sigma\, d\alpha = 2\,\pi$.

Le bras traceur aura balayé une fois la couronne située entre le contour de l'aire à mesurer et le cercle directeur.

La forme de la surface peut parfois être telle qu'une portion de cette couronne soit balayée plusieurs fois par le bras traceur, ou que celui-ci dépasse l'une ou l'autre des courbes limites de la couronne. Mais on constate dans ces cas particuliers que chaque portion de la couronne aura été décrite une fois de

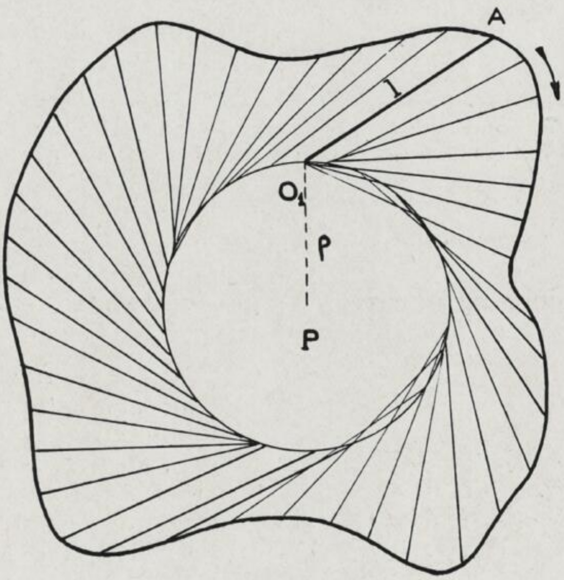

Fig. 8

plus dans le sens + que dans le sens —, et que les dépassements auront été balayés autant de fois dans chaque sens. Ainsi la somme algébrique des surfaces balayées sera toujours égale à la différence entre la surface de l'aire et celle du cercle directeur. Soit ρ le rayon de ce cercle (longueur du bras polaire).

on a $$\Sigma \, ds = S - \pi \rho^2$$

Substituant ces valeurs dans la formule (1), il vient

$$S - \pi \rho^2 = L u + \left(\frac{L^2}{2} + L r\right) 2 \pi$$

$$S = L u + (L^2 + 2 L r + \rho^2) \pi$$

où $$S = L u + \text{Constante } K \qquad (3)$$

avec $$K = (L^2 + \rho^2 + 2 L r) \pi$$

Dans le cas où la roulette est placée sur la tige **du côté du traçoir,** les translations et les rotations élémentaires décomposant le déplacement produisent sur la roulette des déroulements de même sens ; le terme **r d** α est affecté du signe + et la constante devient alors :

$$K = (L^2 + \rho^2 - 2 L r) \pi$$

Observations. — Ce planimètre pourrait être construit de façon à avoir une constante nulle ; il suffirait de satisfaire à l'égalité $L^2 + \rho^2 = 2 r L$, ce qu'on obtiendrait par exemple en faisant $r = L = \rho$.

La représentation graphique de cette constante est aisée. Si l'on place le planimètre de façon que le plan de sa roulette passe par le pôle, **la constante est la surface du cercle de rayon P F.**

Ce cercle est dit **cercle de base.** Lorsqu'il est décrit par le traçoir, la roulette ne marque rien, puisqu'elle glisse constamment dans la direction de son axe.

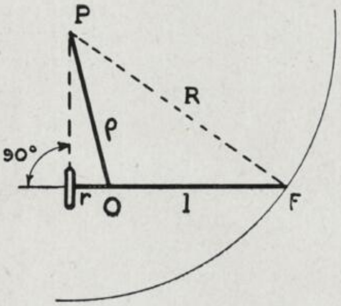

Fig. 9

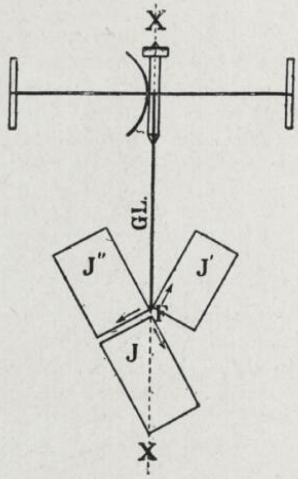

Fig. 10

Ligne de glissement et ses effets.

Un tel glissement existe pour tous les types de planimètres. **Si la directrice est une droite X X,** cas des planimètres linéaires, glissants et roulants, la ligne de glissement est la **directrice,** et la roulette frottant sur le plan de figure ou sur le pôle de la sphère d'entraînement (cas de la fig. 10), ne marque aucun déroulement.

Pour le planimètre polaire, nous venons de voir que si le traçoir suit le cercle de base, le point d'appui de la roulette suit le cercle de glissement ; ces deux cercles ont, comme le cercle directeur, le pôle P pour centre commun.

Le planimètre à disque, variante du précédent, possède un disque tournant proportionnellement au contour du cercle directeur, et sur lequel repose la roulette ; pour cet appareil, l'angle droit des deux bras représente la position normale (fig. 11) et nous retrouvons cercle directeur, cercle de glissement et cercle de base concentriques.

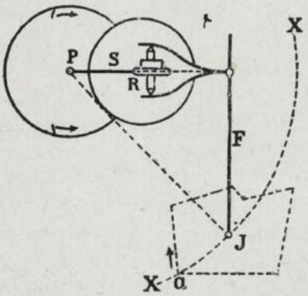

Fig. 11

Le glissement, maximum lorsqu'on suit le cercle de base, est encore très important si l'on suit des contours voisins du cercle de base et sensiblement parallèles à lui ; Il produit un frottement de l'axe de la roulette dans ses coussinets qui, si l'instrument n'est pas soigné, peut fausser très légèrement les résultats de l'opérateur.

Il importe donc de placer le planimètre dans la position la plus favorable.

RÈGLES GÉNÉRALES APPLICABLES A TOUS LES PLANIMÈTRES A ROULETTE INTÉGRANTE

1° Les tourillons de l'axe de la roulette intégrante de tout planimètre, quel qu'il soit, doivent reposer dans des coussinets absolument irréprochables, capables de réduire les frottements au strict minimum, tout en conservant une extrême mobilité. C'est une condition sine qua non de leur bon fonctionnement. La roulette doit donc conserver un très petit jeu longitudinal et ses pivots être à peine huilés d'une huile fine ne séchant pas.

2° L'axe de la roulette de tout planimètre, quel qu'il soit, doit toujours être l'objet des soins les plus attentifs. Il est de toute nécessité de le préserver de tout choc ou de pressions anormeles, sinon la précision de l'instrument en souffrirait.

Le rebord de la roulette, moleté si finement qu'on l'aperçoit à peine à l'œil nu, doit rester constamment dans son état primitif. Eviter tous les motifs de rouille et en particulier de le toucher des doigts. Même observation pour les tourillons. Une fois le rebord ou les tourillons endommagés, la roulette ne remplira plus les conditions de la formule $\mathbf{u} = \mathbf{x} \sin \alpha$.

La précision de l'instrument ne pourra être rétablie que par le moyen d'une réparation.

3° Pour opérer au mieux, tout planimètre doit être placé de manière que les limites de la figure à calculer ne se trouvent ni trop rapprochées ni parallèles à la base.

Le plan sur lequel on opère avec le planimètre à compensation, ainsi que le disque, lorsqu'il s'agit du planimètre à disque, doivent être au préalable époussetés et nettoyés avec soin. Tout corps étranger aurait pour résultat d'user la cannelure de la roulette et par conséquent de nuire à l'exactitude de l'instrument.

Les figures 10, 11, 12 et 13, représentent les positions respectives les plus favorables entre les divers planimètres et l'aire J, dont on veut déterminer la surface S. Sans tâtonner longtemps, on obtient cette position favorable en observant la règle suivante :

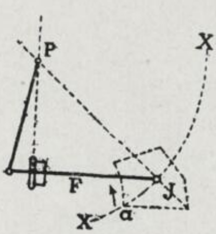

Fig. 12

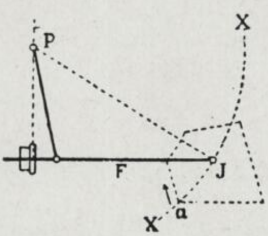

Fig. 13

4° On place la pointe au milieu de la figure à mesurer et le pôle P de telle façon qu'il se trouve dans le plan vertical prolongé de la roulette. S'il s'agit du planimètre roulant, il faut que la tige motrice et le chariot soient disposés à angle droit ; on conduit ensuite l'instrument dans cette position (donc en suivant la base) jusqu'au point a où doit commencer l'opération.

Comme c'est justement sur la base que la roulette est le moins sensible, les erreurs de départ et d'arrivée sont réduites au minimum par l'observation de cette règle.

Il est préférable en outre que le cercle de base coupe la figure suivant son plus petit diamètre, et par conséquent que le pôle soit à peu près dans le prolongement du plus grand diamètre.

Il faut au contraire éviter les positions du pôle pour lesquelles un trop grand arc du cercle de base avoisinerait une portion du contour.

Les deux conditions sont parfois contradictoires pour les petites surfaces ; en ce cas, il vaut mieux mettre la surface complètement à l'extérieur du cercle de base.

Même pour les grandes surfaces, et à moins qu'il soit impossible de faire autrement, on doit donner la préférence au pôle à l'extérieur de la figure. Nous donnerons plus loin d'autres conseils à ce sujet.

Nous représentons (fig. 14), dans le cas du planimètre type CORADI, ces meilleures positions en les situant par rapport à la zône d'action du planimètre

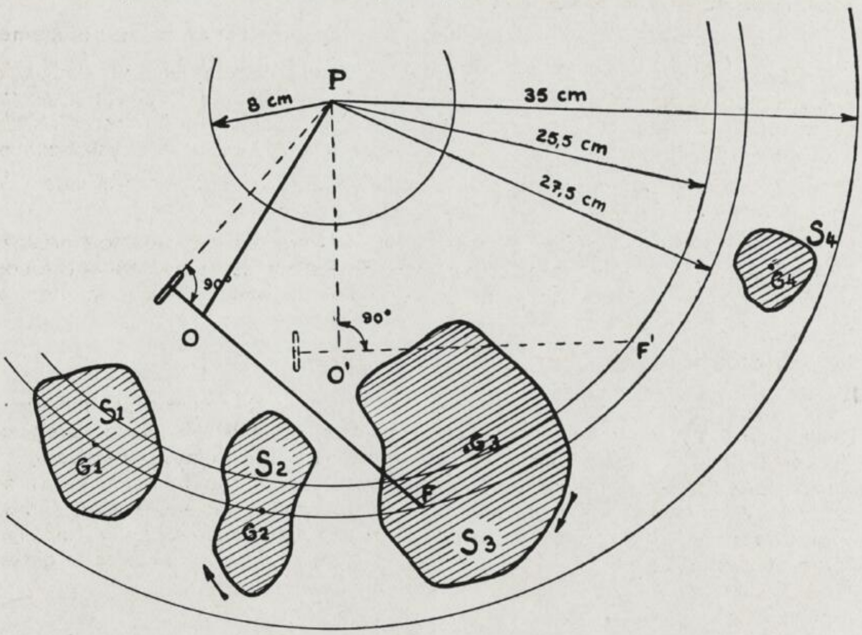

Fig. 14

à sa plus grande longueur du bras traceur, c'est-à-dire, entre les rayons 8 cm. et 35 centimètres.

LECTURE DU COMPTEUR ET TRACÉ DU CONTOUR.

Le compteur donne quatre chiffres. Les mille sur le disque, les centaines et dizaines sur la roulette, les unités sur le vernier.

Faire attention au détail suivant : pour laisser toute sa liberté à la roulette, il existe un jeu important dans son engrènement avec le disque des mille ; quand les zéros de la roulette et de son vernier coïncident, un des traits du disque devrait se trouver exactement en face de son repère ; cela peut ne pas se produire exactement : faire la lecture alors comme sur le cadran d'une horloge dont l'aiguille des heures n'est pas bien en place quand celle des minutes marque 60.

Le compteur et son vernier sont chiffrés de façon que, l'instrument posé devant l'opérateur, vernier à gauche de la roulette, celle-ci marque des lectures croissantes en roulant vers l'opérateur.

Il en résulte les trois conséquences suivantes :

Si l'on place le **pôle à l'extérieur** de la figure, la **lecture finale est plus grande** que la lecture de départ quand le contour a été suivi **dans le sens des aiguilles d'une montre.**

Si le **pôle est à l'intérieur** de la figure et **la surface plus petite** que le cercle de base, pour avoir une **lecture finale plus grande,** il faut suivre le contour **en sens inverse des aiguilles.**

Si le **pôle est à l'intérieur** de la figure et **la surface plus grande** que le cercle de base, pour avoir une **lecture finale plus grande,** il faut suivre le contour **dans le sens des aiguilles.**

Ainsi on pourra toujours retrancher la première lecture de la deuxième.

Conduire le traçoir à main franche en tenant entre pouce et médius la palette mobile attenant au traçoir. Faire glisser la main d'un mouvement uniforme, et lentement sur le papier. Ne pas utiliser de règle pour guider le traçoir le long des parties droites, ce qui introduit presque certainement une erreur systématique.

Regarder si pendant le tracé, le zéro du disque passe devant son index, ce qui doit chaque fois être lu 10.000, 20.000, etc..., dans le sens positif.

Il est bon, si le tracé est très grand, de le faire une première fois grossièrement, en ayant les yeux fixés plutôt sur le disque que sur le contour, de façon à être sûr du nombre de passages du zéro dans un sens comme dans l'autre.

Indications du compteur à l'origine.

Il est préférable de ne pas chercher à mettre la roulette au zéro, pour éviter une erreur de lecture au départ. Si toutefois on juge utile de le faire (par exemple pour comparer plus commodément plusieurs mesures successives), ne jamais faire tourner la roulette en la faisant frotter sur le papier : achever la mise au zéro, le planimètre étant en place, en déplaçant légèrement le pôle, dont le poids de forme biseautée permet par un léger basculement de soulever l'aiguille-pôle au-dessus du papier ; si le pôle est une rotule dans un poids, faire glisser ce poids est encore plus facile.

Répétition du tracé.

Il y a intérêt à refaire un deuxième contour de contrôle qui permettra de vérifier si les petits écarts accidentels de part et d'autre du tracé se compensent et s'il n'y a pas eu discordance légère entre l'origine et la fin du tracé.

Ce deuxième tracé doit être fait sans changer la position du pôle. Toutefois, si la figure est petite et de forme compliquée, recommencer en déplaçant beaucoup le pôle, mais en gardant au départ le même angle relatif des bras.

MESURE DES RÉSULTATS.

Rappelons la formule (2) $\mathbf{S = L\,u}$.

Soit **M** la longueur de la circonférence de la roulette.

n le nombre de tours de la roulette dans la mesure de **S**.

Ces nombres sont reliés par $\mathbf{S = n\,M\,L}$ (4)

L'unité de mesure choisie n'est pas la surface **M L** correspondant à un tour entier de la roulette, mais seulement **la millième partie** de celle-ci, et c'est pourquoi la division de la roulette avec son vernier permet de lire le millième de sa circonférence.

Posons $$v = \frac{M}{1000} L \qquad (5)$$

Cette unité, millième de la précédente s'appelle **la valeur absolue de l'unité du vernier de la roulette,** et la formule (4) devient

$$S = 1000\, n\, v = N\, v \qquad (6)$$

N étant le nombre de millièmes de circonférence dont aura tourné la roulette.

Pour une longueur déterminée du bras traceur, la valeur de l'unité de surface correspondant à une division du vernier est une grandeur constante connue, **mais les dimensions des instruments permettent de la faire varier de 2 à 10 mm² en changeant la longueur du bras traceur.**

La circonférence normale de la roulette à son molleté est **M = 60 mm,** on en déduit dans la formule 5

$$v = 0{,}06\, L$$

Pour la plus forte valeur de **v**, soit **10 mm²**, il faut que la longueur du bras traceur soit :

$$L = \frac{10}{0{,}06} = 166{,}666 \text{ mm.}$$

Mais on a pris l'habitude de diviser le bras traceur en demi-millimètres tout en pratiquant la chiffraison décimale.

On lit donc $$L = 333{,}3$$

Et pour tenir compte de cette valeur apparemment double de sa valeur réelle, on écrit

$$v = 0{,}03\, L \qquad (7)$$

Cette relation lie l'unité de surface en millimètres carrés à la longueur du bras traceur, dont la valeur est lue sur sa propre division en face du zéro d'un vernier fixe.

EXEMPLE D'UNE MESURE DE SURFACE : Le bras traceur est réglé pour une unité de vernier de 10 mm² ; il faut planimétrer un cercle de 64 mm. de rayon. Placer le pôle par rapport à la figure et en dehors comme expliqué ci-dessus. Presser l'aiguille du pôle légèrement sur le papier, et la charger de son petit poids si celui-ci est amovible. Vérifier par un contournement rapide et grossier que rien ne gêne le mouvement de l'appareil. Marquer sur le contour un point de départ près du cercle de base ; y poser la pointe du traçoir ; noter le chiffre du compteur ; suivre le contour à main franche dans le sens des aiguilles, sans donner de flexions au bras traceur ; arrêter la pointe juste sur le point de départ et faire la deuxième lecture.

Lecture du compteur au départ 1466 ; deuxième lecture 2753 avec contournement dans le sens des aiguilles.

Différence 2753 — 1466 = 1287.

Surface cherchée 1287 × 10 = 12870 mm².

RÉGLETTE DE CONTROLE.

Il existe nécessairement certaines tolérances de fabrication qui introduisent dans les chiffres normaux donnés ci-dessus de légers écarts : la circonférence de la roulette peut n'être pas rigoureusement 60 mm. Il faut pouvoir en tenir compte.

En outre on peut craindre parfois d'avoir altéré par accident l'exactitude de l'appareil.

C'est pour faire les réglages et contrôles nécessaires qu'à l'appareil, il est adjoint une réglette de contrôle, lamelle mince de métal portant à une extrémité une fine aiguille pivot, à l'autre un trait radial de repère, et près de lui un petit creux conique.

Placer la réglette à plat et enfoncer bien droit l'aiguille dans le papier. Marquer d'un trait la position de départ du trait de repère, poser le traçoir du planimètre dans le creux de la réglette et faire décrire à celle-ci une circonférence en la poussant du doigt : le planimètre contournera ainsi un cercle ayant environ 100 cm.^{2} de surface ou suivant les types 10 cm. de rayon dont la valeur exacte, étalonnée par le constructeur, est gravée sur la réglette.

Avec la réglette on peut :

a) Régler exactement la longueur du bras traceur pour une unité du vernier.

Pour cela, le moyen le plus simple est de contourner une figure de surface connue, pôle à l'extérieur, et de comparer.

On commence par faire marquer au bras traceur, en face de son index, sa longueur théorique $\mathbf{L_0}$ déduite de la formule (7). $\mathbf{v = 0{,}03\ L_0}$.

Si **S** est la mesure de la surface d'épreuve, le chiffre lu sur la roulette devrait être d'après la formule (6) **N** tel que

$$N = \frac{S}{v}$$

Or, **N** varie de façon inversement proportionnelle à **L** ; si le nombre donné par la roulette est trop petit ou trop grand de **a** °/₀, la longueur du bras traceur doit être raccoucie ou augmentée de **a** °/₀.

EXEMPLE : Mon planimètre est accompagné d'une réglette de contrôle étalonnée 100,2 cm.^{2}. Je veux régler le bras traceur pour une unité absolue du vernier de v = 8 mm.^{2}.

Sa longueur théorique est donnée par

$$L_0 = 8\,\frac{100}{3} = 266{,}6 \text{ mm., que je règle ;}$$

J'emploie la réglette et la roulette devrait marquer

$$N_0 = \frac{10{,}020}{8} = 1252$$

Or, je trouve par exemple 1263, en opérant comme décrit ci-dessus : le nombre est trop grand de

$$\frac{1263 - 1252}{1252} = 0{,}88\ \%$$

Il faudra donc augmenter de 0,88 °/₀ la longueur du bras traceur, c'est-à-dire le régler à

$$266{,}6 + 0{,}0088 \times 266{,}6 = 269{,}0$$

Lors de l'essai, il vaut mieux placer le pôle et le centre de la réglette de contrôle de manière à réaliser un angle P O C de 90° (fig. 15). En outre, si l'appareil le permet, faire un contour, planimètre à gauche de P. C. (position P O F) et un autre planimètre à droite (position P O' F') et prendre la moyenne : bien entendu, pousser la réglette sans toucher au traçoir.

b) Contrôler si l'appareil donne des lectures concordantes.

On utilise de préférence la tige réglée pour 10 mm.^{2}. Après avoir contourné et lu une douzaine de fois, on aura passé en revue tour le pourtour de la roulette. Si la différence entre le max et le min de ces résultats ne dépasse pas 2 ou 3 unités de la roulette, le planimètre est bon. Il convient toutefois de vérifier qu'on obtient les mêmes résultats en contournant en sens inverse avec la même série d'opérations.

c) Effectuer des mesures relatives,
sans qu'il soit nécessaire de connaître la valeur de l'unité du vernier.

De la formule fondamentale **S = L u** on tire que les développements de la roulette sont proportionnels aux surfaces. Si l'on connaît l'une d'elles, il est facile d'en déduire l'autre.

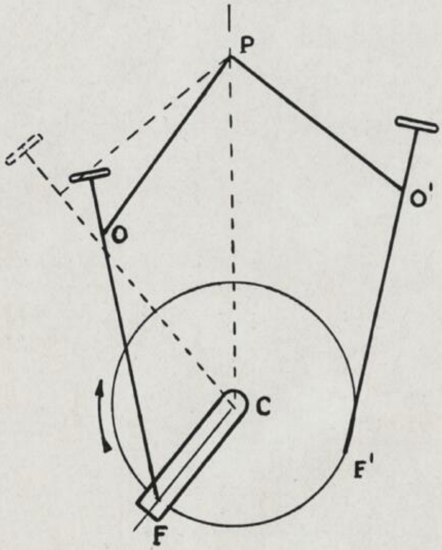

Fig. 15

La surface connue est celle donnée par la réglette de contrôle, soit $\mathbf{S_0}$. On opère comme suit : Contourner la figure à mesurer, de surface **S** inconnue ; l'opération donne un déroulement de la roulette mesuré par **N**. Poser sur la figure la réglette de contrôle et contourner sa circonférence ; l'opération marque à la roulette un nombre $\mathbf{N_0}$.

Il ne reste plus qu'à écrire

$$\frac{S}{N} = \frac{S_0}{N_0} \text{ D'où } S$$

AUTRE CAS. Un plan dont le papier aura beaucoup joué pourra être planimètré, si l'on connaît la surface que représentait un carré du quadrillage de ce plan.

C'est un des carrés que l'on prendra pour surface de comparaison.

PLANIMÈTRES POLAIRES COMPENSATEURS.

La formule fondamentale **S = L u** est exacte à condition que l'axe de la roulette soit rigoureusement parallèle au bras traceur mathématique, c'est-à-dire, à la droite joignant le centre de l'articulation et la pointe du traçoir. Toute erreur dans ce parallélisme se traduit par une erreur dans la mesure des surfaces.

Mais on peut y remédier si le planimètre permet de faire un deuxième tracé, sans changer la position du pôle, en retournant le coude formé par les deux bras : ce sont les positions **O** et **O'** représentées fig. 15.

La même erreur se reproduit alors une fois en plus, une fois en moins ; la moyenne arithmétique des deux résultats l'annule.

Pour être précis, la compensation n'est pas absolue ; on démontre que si ε est l'angle très petit de l'axe de roulette avec le bras traceur, la moyenne des deux opérations est

$$S = \frac{L}{\cos \varepsilon} \times \frac{u_1 + u_2}{2}$$

Mais étant donné la petitesse de ε qui est réglable et que le constructeur cherche à annuler, on peut sans erreur sensible poser $\cos \varepsilon = 1$.

La compensation est rendue possible par la construction du bras polaire, amovible par rapport au bras traceur et dont l'articulation est faite d'un pivot muni d'une petite bille qui se loge par son propre poids exactement dans une cuvette conique que porte le bras traceur.

Le planimètre compensateur tend à remplacer les autres types. Il permet d'effectuer toute mesure une deuxième fois sous forme compensatrice, doublant ainsi la précision.

Planimétrage des grandes surfaces avec pôle à l'intérieur.

Nous avons dans la théorie des planimètres vu apparaître la notion du **cercle de base :** un plan mètre placé dans la position **P O' F'**, avec plan de la roulette contenant le pôle **P**, s'il contourne le cercle de rayon **P F'**, ne marquera rien le long du contour, puisque la roulette ne cesse de glisser normalement à son plan ; cependant la surface contournée est celle du cercle de rayon **P F'** $=$ **R**, c'est une constante πR^2 dont l'expression, déjà calculée (formule 3), dépend des trois dimensions **L, r** ρ, définissant le planimètre.

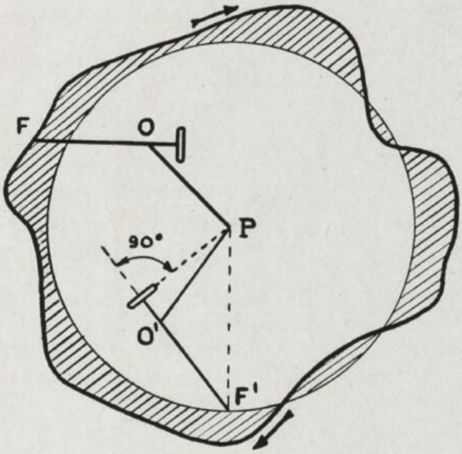

Fig. 16

On exprime cette surface constante en valeur unitaire du vernier : elle a donc en mm.^{2} la valeur **C v**.

Ce nombre constant change bien entendu pour un même instrument avec les variations de longueur du bras traceur.

Si partant du contour du cercle de base on décrit **dans le sens des aiguilles** une figure proche du cercle mais **extérieure,** on enregistre **un nombre positif.**

Au contraire le contournement dans le même sens d'une figure proche du cercle, mais **intérieure,** fait enregistrer une **rotation totale négative.**

Ainsi dans le premier cas la roulette aura noté la différence entre la surface entière et celle du cercle de base et dans le second cas la différence entre la surface du cercle de base et celle de la figure.

Si S_1 mesure la 1re figure on a $S_1 = (C + N_1)\ v$ (8)

Si S_2 mesure la 2^{e} figure on a $S_2 = (C - N_2)\ v$ (9)

Des figures comme celles que nous représentons permettent de voir à première vue si le cercle de base est plus petit ou plus grand. Dans ce dernier cas, il est préférable de contourner la figure **en sens inverse des aiguilles,** ce qui permet d'avoir le nombre N_2, en soustrayant comme d'habitude la première lecture de la deuxième.

S'il y a doute sur la longueur relative de deux surfaces le planimètre l'indique lui-même : on fait le contour dans le sens des aiguilles. Si la rotation totale de la roulette est positive, la figure est plus grande que le cercle et l'on utilise la formule (8). Si la rotation totale est négative, il faut soustraire la deuxième lecture de la première et retrancher le résultat de la constante **C**.

La **constante** étant un nombre de l'ordre de 25.000 **doit être très soigneusement déterminée** pour ne pas influer sur la précision du résultat. Le procédé le plus simple est de contourner une même figure, avec le pôle à l'extérieur, puis à l'intérieur : Dans chaque cas le nombre obtenu doit être la moyenne de deux opérations compensatrices, et le tracé sera fait à droite quand le pôle est extérieur, et à gauche avec pôle intérieur :

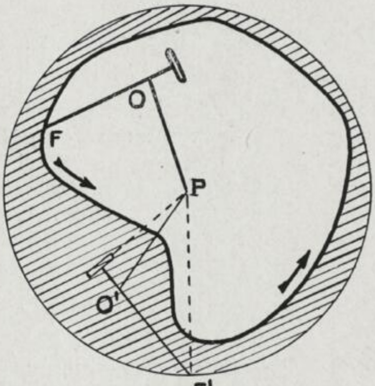

Fig. 17

Soient N_1 et N_2 les 2 moyennes obtenues.

On écrit les 2 égalités

$$S = N_1 \, v \text{ (pôle extérieur)}$$

$$S = (C - N_2) \, v \text{ (pôle intérieur)}$$

$$\text{D'où} \quad C = N_1 + N_2 \qquad (10)$$

EXEMPLE : Utilisons un carré d'environ 20 cm. de côté. Effectuons une première série de contours à droite, avec compensation, le pôle étant extérieur : on trouve une moyenne $N_1 = 5284$.

Ensuite mettons le pôle au milieu du carré et faisons une série de contours avec compensation, en tournant à gauche : on trouve une moyenne $N_2 = 19.728$.

D'où $C = 5284 + 19728 = 25.012$

OBSERVATION. Il est inconstestable que les mesures obtenues en faisant intervenir la constante n'ont pas la précision des mesures courantes ; cela tient d'abord à ce que la mesure de la constante n'est pas toujours absolument exacte ; en particulier il est bon de la faire sur le même papier que celui qui porte la figure à mesurer.

Ensuite on démontre que dans le cas du pôle intérieur, l'instrument a une très grande sensibilité au défaut de parallélisme de la roulette et du bras traceur.

Il est par suite bon de connaître une méthode simple qui permette de travailler comme si le pôle était à l'extérieur.

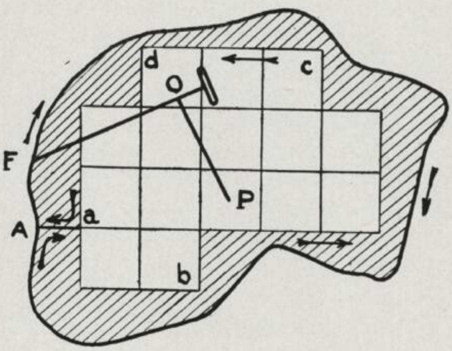

Fig. 18

Elle consiste à tracer dans la figure un noyau géométrique et par suite de surface connue ; on place dans ce noyau le pôle du planimètre et on fait le contournement d'abord de la figure dans le sens à droite à partir de **A**, puis on passe par un pont **A a** au contour du noyau, qu'on suit à gauche suivant le sens **a b c d** ; On revient enfin par le même pont en **A**.

On a ainsi réellement contourné une figure avec pôle à l'extérieur, et le développement total de la roulette donne la mesure de la bande périphérique hachurée de la figure, avec le degré de précision habituel.

RÉGLAGE DU BRAS TRACEUR.

Adaptation du vernier à l'échelle du dessin.

Généralement ce n'est pas la figure tracée que l'on veut mesurer, mais bien la surface réelle dont la figure n'est qu'une réduction.

Or, la formule 7, nous a montré que l'unité absolue du vernier (surface correspondant à une division du vernier) est proportionnelle à la longueur du bras traceur.

Nous savons en outre que les dimensions de l'appareil permettent de faire varier cette unité entre 2 mm.² et 10 mm.².

Et pour n'avoir pas plusieurs calculs à faire nous allons chercher à établir une **unité relative de vernier, V telle que son produit par le nombre N de la roulette donne immédiatement et dans l'unité choisie, par exemple en mètres carrés, la surface réelle dont nous avons la figure à une échelle de réduction connue.**

Soit $\frac{1}{e}$ l'échelle linéaire du plan. L'unité **V** en mètres carrés et l'unité **v** en millimètres carrés sont reliées par l'égalité : $\mathbf{V\ 10^6 = v\ e^2}$. (11)

On choisit arbitrairement **V** sous **deux réserves :**

d'abord ce doit être un nombre simple dont le produit avec N soit immédiat, par exemple 1, 2, 5 ou leurs multiples décimaux ; ensuite il doit être tel que v reste compris entre 2 et 10.

Ce choix fait, on en déduit $\mathbf{v = \frac{V}{e^2}\ 10^6}$

puis la longueur correspondante du bras traceur

$$\mathbf{L = \frac{100}{3} v.}$$

On pourrait utiliser cette formule si la roulette avait un développement de 60 mm exactement. Mais il peut exister un petit écart et nous savons déjà régler exactement la longueur du bras.

Pour n'avoir pas à chaque opération à utiliser la règle de contrôle, on utilise le fait que le rapport $\frac{\mathbf{L}}{\mathbf{v}}$ est constant. Si donc on a une première fois déterminé par l'emploi de la réglette de contrôle la longueur exacte $\mathbf{L_0}$ du bras traceur pour l'unité absolue 10 millimètres,

on aura $$\mathbf{L = v \frac{L_0}{10}} \qquad (12)$$

EXEMPLE : Soit un terrain dessiné à l'échelle $\frac{1}{250}$

on peut prendre $\mathbf{V = 0{,}5\ m.^2}$

car on tire de (11) $\mathbf{v = \frac{0{,}5}{250^2} \times 10^6 = \frac{5000}{625} = 8\ mm.^2}$

La longueur exacte L du bras traceur a été trouvée 333,1 au lieu de la longueur théorique 333,33.

On règle le bras sur la longueur

$$\mathbf{\frac{333{,}1}{10}\ 8 = 266{,}5}$$

Le contournement de la figure, avec compensation, donne comme moyenne 1946 lu sur le compteur.

La surface du terrain sera donc :

1946 $\times$ 0,5 = 973 mètres carrés

Un tableau collé dans l'étui du planimètre facilite à l'opérateur la conduite du travail. Pour le planimètre-compensateur il se présente sous la forme ci-après :

ÉCHELLES	POSITION U VERNIER AU BRAS TRACEUR	UNITÉ DU VERNIER A LA ROULETTE		NOMBRE CONSTANT
		Relative	Absolue	
1/1000	333,6	10 m^2	10 mm^2	....
1/500	266,9	2	8	....
1/250	266,9	0,5	8	....
1/2500	213,5	40	6,4	....
1/1250	213,5	10	6,4	....
1/4000	208,5	100	6,25	....
1/2000	156,8	20	5	....
1/3000	156,8	45	5	....
1/5000	133,4	100	4	....
1/1500	133,4	9	4	....

La première colonne est l'échelle du dessin ; le premier chiffre de la deuxième colonne est la longueur corrigée du bras traceur pour l'unité absolue du vernier 10 mm^2 (4e colonne). Les autres longueurs de la deuxième colonne sont déterminées (égalité 12), en multipliant la première par le dixième des valeurs des unités absolues figurant dans la quatrième colonne ; enfin comme expliqué, les chiffres des troisième et quatrième colonnes sont choisis par rapport à ceux de la première colonne, de façon à satisfaire l'égalité (11).

Le nombre constant n'est mesuré que pour les deux plus grandes longueurs du bras traceur, puisqu'il y a intérêt à mettre le pôle à l'extérieur toutes les fois que l'on peut.

BRAS POLAIRE EXTENSIBLE. L'emploi d'un bras polaire à tige coulissante comme pour le bras traceur, répond à plusieurs besoins.

Il permet d'abord de modifier la valeur de la constante dont l'expression $Cv = (L^2 + 2Lr + \rho^2)\pi$ contient ρ longueur du bras polaire.

On le règle ordinairement de façon à donner à la constante la valeur ronde de 30.000.

Mais il faut prendre garde de faire un réglage très soigné, car une erreur de 0,1 mm. donne une variation d'environ 15 unités à la roulette.

Il permet aussi le contournement de plus grandes figures, et surtout de figures tracées en longueur.

Enfin il augmente la possibilité de mesurer des figures pôle en dehors de façon à ne pas faire intervenir de constante.

On sait qu'en pareil cas la longueur du bras polaire n'a aucune influence sur le résultat.

TABLES D'EMPLOI :

Pour l'exécution des plans, des diagrammes, des cartes, etc., on emploie des échelles de réduction parfaitement déterminées. Il est donc possible de fixer par avance l'unité du vernier, et par unité la longueur du bras traceur la plus favorable. Les correspondances entre ces diverses valeurs sont données par les deux tables ci-après, suivies d'observations sur leur facture et leur emploi.

TABLE N° I

Echelle linéaire 1/e Valeur de e	VALEURS UNITAIRES DU VERNIER		
	Valeur relative pour planimètre réglé à v = 10 mm^2	Valeur relative V	Valeur absolue v
1	m^2 0,00001	m^2 0,00001	mm^2 10
10	0,001	0,001	10
100	0,1	0,1	10
125	0,15625	0,1	6,4
150	0,225	0,2	8,889
200	0,4	0,4	10
250	0,625	0,5	8
300	0,9	0,8	8,889
400	1,6	1	6,25
		0,8	5
500	2,5	2	8
625	3,90625	2,5	6,4
		4	10,24
800	6,4	4	6,25
		5	7,8125
1000	10	10	10
1250	15,625	10	6,4
		15	9,6
1500	22,5	20	8,889
2000	40	40	10
2500	62,5	40	6,4
		60	9,6
3000	90	80	8,889
4000	160	100	6,25
		80	5
5000	250	200	8
8000	640	400	6,25
		500	7,8125
10000	1000	1000	10
20000	4000	4000	10
50000	25000	20000	8
80000	64000	50000	7,8125
100000	100000	100000	10
(1)	(2)	(3)	(4)

Cette table est calculée au moyen de la relation $V\,10^6 = v\,e^2$. Pour chaque échelle, on a choisi (colonne 3) la valeur relative du vernier **V** la plus favorable et la plus haute. En regard se trouve (colonne 4) la valeur absolue du vernier correspondante, laquelle ne sert qu'au réglage du bras traceur du planimètre.

Première Remarque :

V et **v** étant proportionnels, on peut si on le juge nécessaire choisir un sous-multiple de la valeur de **V** figurant sur la table, à condition de prendre le même sous-multiple de **v** et de régler en conséquence la longueur du bras traceur.

Exemple : Pour un dessin à l'échelle 1/300 on peut choisir V = 0,5 m.² au lieu de 0,8 m.², mais l'unité absolue du vernier devra être 8,889 $\frac{5}{8}$ = 5,555 et le bras traceur devra être réglé en conséquence.

Deuxième Remarque :

Pour un même réglage du bras traceur, le carré de l'échelle linéaire $\frac{1}{e}$ et la valeur relative **V** sont des quantités inversement proportionnelles. De sorte que la table I permet d'utiliser d'autres échelles et d'autres valeurs relatives.

Exemples : L'échelle 1/2000 est 10 fois plus petite que l'échelle 1/200. Pour une même unité absolue v = 10 mm.², le facteur V devient 100 fois plus grand ; il passe de 0,4 à 40 m.².

L'échelle 1/750 est deux fois plus grande que l'échelle 1/1500. Pour une même unité absolue v = 8,889, le facteur V devient 4 fois plus petit, il passe de 20 m.² à 5 m.².

Enfin la colonne 2, donne pour chaque échelle le nombre par lequel doit être multipliée la lecture de la roulette quand on utilise un planimètre (à bras traceur fixe ou réglable) réglé à la valeur absolue **v = 10** mm.² du vernier ; là encore le produit est directement exprimé en mètres carrés.

Les nombres de cette colonne 2 ne sont autres que les carrés des échelles linéaires, au facteur 10 près.

TABLE N° II

Valeur absolue de l'unité de vernier v en mm.²	Longueur théorique du bras traceur L o	Développement de la roulette dans le contour d'une figure de S = 100 cm.²
10	333,3	1000,0
9,6	320	1041,7
9	300,0	1111,1
8,889	296,3	1125,0
8	266,7	1250,0
7,8125	260,4	1280,0
7	233,3	1428,6
6,4	213,3	1562,5
6,25	208,3	1600,0
6	200,0	1666,7
5	166,7	2000,0
4	133,3	2500,0
3	100,0	irréalisable

Lorsque la valeur absolue **v** a été déterminée au moyen de la table I, on trouve table II, calculée par l'égalité 7, la longueur du bras traceur à laquelle il faut régler l'appareil. En partant de cette longueur approchée, une seule opération de vérification suffira pour déterminer la longueur exacte du bras traceur, comme expliqué plus haut.

A défaut de réglette de contrôle, on peut contourner une surface facile à tracer. Par exemple en utilisant un triangle équilatéral de surface exprimée par un multiple de 10, voici les longueurs du côté :

Surface	**20 cm.²**	**= Triangle de côté**		**68 mm.**
—	**50 cm.²**	**=**	**—**	**—**	**107,5 mm.**
—	**100 cm.²**	**=**	**—**	**—**	**152 mm.**
—	**200 cm.²**	**=**	**—**	**—**	**214,9 mm.**

MESURE DES DIAGRAMMES DES APPAREILS ENREGISTREURS

La mesure des diagrammes étant un des planimétrages les plus fréquents (il a même été construit des planimètres spécialement adaptés à cet usage), il est utile d'entrer à ce sujet dans des explications particulières.

En général un diagramme doit permettre d'obtenir soit un résultat total, soit une moyenne.

S'il s'agit d'un tracé en coordonnées rectangulaires s'effectuant le long des ordonnées pendant que le papier se déroule uniformément dans le sens des abcisses, il est évident que la somme des enregistrements élémentaires est proportionnelle à la surface du diagramme comprise entre l'axe des **x** et le tracé. Il suffit donc de planimétrer cette surface pour obtenir un nombre mesure de la somme ; d'où la possibilité de comparer facilement une série de diagrammes semblables occupant une même longueur d'abcisses.

Un moyen commode d'opérer consiste à faire fonctionner le planimètre sur une feuille de papier calque fixée sur une planchette, tandis que l'on passe sous le calque les diagrammes successifs, ou les éléments successifs d'un même diagramme trop long pour être planimétré d'une seule fois, tout en ne faisant qu'à la fin la lecture du compteur.

Si l'on a besoin d'une grande exactitude, il est commode de mesurer d'une part la surface inférieure, d'autre part la surface supérieure du diagramme, comme suit :

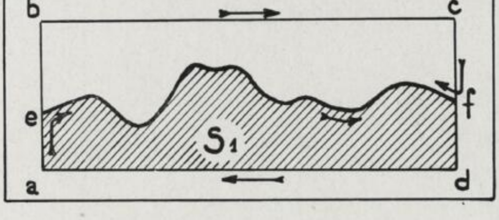

Fig. 19

Soit **S** la surface du rectangle **a b c d** contenant la portion de diagramme à étudier. S_1 la surface inférieure hachurée.

On commence le contour à partir de **e** et l'on contourne la surface hachurée **e f d a e.** Soit N_1 la lecture du compteur ; on continue par le contournement **e b c f e**, soit **N** la nouvelle lecture du compteur, qui totalise les deux compteurs.

On a évidemment $$S_1 = \frac{N_1}{N} S$$

S, rectangle mesurable sans planimètre, est connu. D'où la valeur de S_1 déterminée au planimètre, mais sans que la valeur de l'unité du vernier intervienne en quoi que ce soit.

— De même si $\mathbf{h}_1$ est l'ordonnée moyenne de la surface hachurée et si **h** connu, est la hauteur **a b**, du rectangle total, on a :

$$h_1 = \frac{N_1}{N} h$$

— **S'il s'agit d'un diagramme fermé, type diagramme de Watt,** dont il faut obtenir l'ordonnée moyenne, on passe encore par la surface, puisque l'ordonnée moyenne est le quotient de la surface par la base, distance des deux tangentes verticales extrêmes du diagramme :

$$S = h_m\, b$$

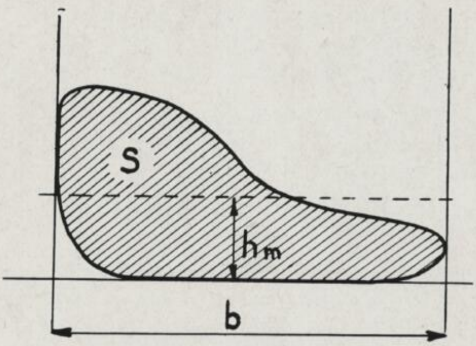

Fig. 20

On règle d'abord le planimètre pour une unité de vernier, 10 mm.² par exemple, par les procédés connus.

Le planimétrage donne ensuite :

$$S = N\, v$$

D'où l'on déduit

$$h_m = \frac{S}{b} = \frac{N\, v}{b}$$

Donnons aussi une méthode qui n'a aucun avantage sur la précédente, mais qui, décrite la première, paraît encore la plus employée. Elle est basée sur un réglage particulier du bras traceur de l'appareil.

On sait que $S = N \frac{M}{1000} L$, M étant la circonférence de la roulette, très voisine de 60 millimètres.

D'où

$$h_m = \frac{S}{b} = N \frac{M}{1000} \frac{L}{b}$$

Si la longueur du bras traceur est réglée égale à celle de la base, il reste : $h_m = N \frac{M}{1000}$, que l'on écrit pour son application pratique $h_m = 0{,}06$ N. (13)

Certains détails de fabrication permettent dans les types de planimètres utilisés de faire sans difficulté ce réglage du bras traceur.

H. Morin
11. Rue Dulong.
PARIS

ÉTS H. MORIN - FONDÉS EN 1878

CAPITAL 30 MILLIONS DE FRANCS

TÉL. CAR. 99-13 - CH. P. 196-26 PARIS