MARCEL DEBÉRON
INGENIEUR E. S. E.
Chef de travaux à l'École Supérieure d'Électricité

THÉORIE ET MODE D'EMPLOI DES PLANIMÈTRES ET INTÉGRATEURS MÉCANIQUES

PARIS
H. MORIN Éditeur
11, Rue Dulong, 11

Prix 3 fr. 50

Notice 325

MARCEL DEBÉRON
INGENIEUR E. S. E.
Chef de travaux à l'École Supérieure d'Électricité

THÉORIE ET MODE D'EMPLOI DES PLANIMÈTRES ET INTÉGRATEURS MÉCANIQUES

PARIS
H. MORIN Éditeur
11, Rue Dulong, 11

Prix 3 fr. 50

PRÉFACE

Dans ce petit traité l'auteur s'est efforcé de faire connaître d'une façon aussi succinte et aussi claire que possible sur quels principes mathématiques sont basés les planimètres qui rendent d'immenses services dans les travaux des Topographes et Ingénieurs.

Il a classé, en les complétant des théories bien connues et en particulier celles de Paul APPEL "Mathématiques et Analyse" *qu'il a reproduites fidèlement, conservant ainsi à son texte la clarté et la précision d'exposition qui lui est si particulière.*

Enfin, la description et les modes d'emplois qu'il a donnés des types de planimètres courants, permettront à l'ingénieur de faire un choix judicieux lorsque des travaux l'amèneront à utiliser l'un de ces instruments.

L'Éditeur,

H. MORIN

I. Introduction

On appelle *planimètre* tout instrument, destiné à mesurer sur un plan et par un *procédé mécanique*, soit une distance, soit une aire. Les planimètres, décrits ci-après, sont construits de façon à évaluer l'aire d'un contour fermé. Les instruments qui satisfont à cette condition s'appellent *planimètres à contournement,* parcequ'ils permettent, en contournant simplement avec le traçoir un polygone fermé, de lire un chiffre qui est directement proportionnel à la surface de la figure contournée.

Le planimètre à contournement est composé en principe de deux parties essentielles :

a) d'une tige horizontale dont l'une des extrémités porte une pointe verticale, *le traçoir*, tandis que l'autre bout de la tige, formé par un axe vertical, est forcé, par une disposition spéciale, de se mouvoir selon une ligne nommée *ligne directrice* ou *directrice* tout court. Cette ligne peut avoir la forme d'une courbe quelconque, mais, dans la pratique, on n'emploie réellement comme "directrice" que le cercle — planimètre polaire — ou la droite — planimètre linéaire ou roulant ;

b) d'une roulette facilement mobile autour de son axe et reliée à la tige de telle manière que cet axe soit horizontal et parallèle au plan passant par l'axe autour duquel se meut la tige et la pointe extrême du traçoir. Le pourtour de la roulette, dite *roulette intégrante*, porte des divisions qui donnent la mesure de la déviation latérale de la tige pendant le contournement. Cette mesure, multipliée par la longueur de la tige, *donne alors la contenance de la figure contournée.*

II. Théorie générale du Planimètre.

Une aire est le résultat du mouvement d'une ligne, pourvu que ce mouvement ne s'effectue pas dans la direction même de la ligne. Supposons une ligne déterminée se déplaçant parallèlement à sa direction première ; l'étendue de l'aire formée par le mouvement de la ligne, sera représentée par le produit de la longueur l de la ligne par la distance normale u entre les deux positions (avant et après le mouvement) de la ligne. Lorsque celle-ci est une courbe, il faut prendre la distance u entre deux tangentes parallèles. (Fig. 1.)

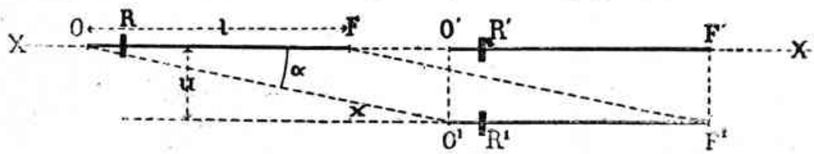


Fig. 1.

Supposons que cette ligne déterminée soit une droite représentée par une tige OF. A l'une de ses extrémités est adaptée la pointe F comme traçoi. Reliée à cette tige et reposant sur le plan, se trouve une roulette R dont l'axe est horizontal et parallèle à OF; elle pivote autour de son axe sans aucun frottement.

1° La tige glisse sur elle même.

Lorsque cette tige se déplace, dans la direction de son axe, jusqu'en $O'F'$, elle ne produit point d'aire et la roulette ? dont l'axe est parallèle à sa direction primitive, n'a exécuté aucun mouvement rotatoire : elle n'a fait que glisser.

Appelons cette position de la tige *position fondamentale* ou *normale* tandis que la ligne décrite par la pointe durant le mouvement de la tige est dénommée ligne fondamentale ou *base*. Nous la désignerons dorénavant par les lettres XX.

2° La tige se déplace parallèlement à elle même.

La tige étant en $O'F'$ déplaçons là parallèlement à elle même pour l'amene en $O'F'$; elle a balayé dans ce déplacement une surface, rectangulaire pendant que la roulette, opérant un mouvement perpendiculaire à son propre axe a déroulé un arc u dont la longueur est égale à la distance normale entre les deux positions de la tige. Il s'ensuit que la surface S du rectangle $O'F'F_1O_1$ ou OFF_1O_1 est $= l \times u$, ce qui veut dire :

La surface de l'aire balayée par la tige est le produit de la longueur de la tige par la mesure directe de son déplacement latéral, ou, en désignant de nouveau par XX la position normale de la tige, cette surface est égale au produit de la longueur de la tige par la distance directe entre celle-ci et sa position normale. Si l'on amène la tige directement de la position OF sur la ligne $O'F'$, le mouvement de la roulette se composera d'un nombre infini de petits mouvements glissants, parallèles à XX, et d'autant d'infiniment petits mouvements rotatoires perpendiculaires à l'axe de la roulette. La somme de ces derniers orme l'arc u, tandis que les mouvements glissants ne produisent rien.

Si nous ramenons la tige $O'F'$ en OF, soit directement, soit en lui faisant faire un détour par $O'F'$ il se produira un mouvement rotatoire en sens inverse absolument de la même importance ; la surface produite se réduira exactement à zéro, la même aire ayant été balayée une fois dans le sens positif, la seconde fois dans le sens négatif. Puisque tous les parallélogrammes de même base et de même hauteur sont d'égale surface, il est indifférent que la tige ait été ramenée dans la position normale XX par un chemin ou par un autre ; le produit total du mouvement sera toujours égal à zéro.

3° La tige se déplace dans un sens oblique à elle même.

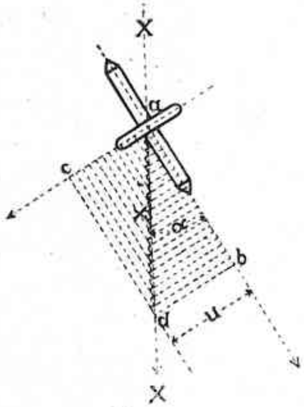


Fig. 2

Lorsque le point d'appui de la roulette se déplace de d en a, (Fig. 2) ce mouvement se compose d'infiniment petits mouvements, les uns perpendiculaires, les autres parallèles à l'axe de la roulette. Les premiers actionnent la roulette et produisent finalement à l'arrivée au point a la longueur $a\,c = b\,d = u$. Les seconds ne se traduisent que par un glissement de la roulette dont l'effet total, après l'arrivée au point a, est égal à la ligne $a\,b$. Le déroulement u de la roulette est égal au chemin x parcouru par le point d'appui, multiplié par le sinus de l'angle que forme l'axe de la roulette avec la ligne suivie par son point d'appui. Désignons cet angle, $b\,a\,d$, par α, nous avons

$$u = x \,.\, \sin \alpha \qquad (1)$$

donc la surface

$$S = l\,u = l \,.\, x \,.\, \sin \alpha \qquad (2)$$

4° La tige tourne autour d'une de ses extrémités.

On supposera comme positif tout contournement effectué dans le sens des aiguilles d'une montre, et comme négatif tout contournement effectué en sens inverse.

Lorsque la tige $O\,F$ évolue autour de son axe vertical O de manière que la pointe trace un arc de cercle $F\,F'$, la tige balaie un secteur avec l'angle α au centre (Fig. 3.)

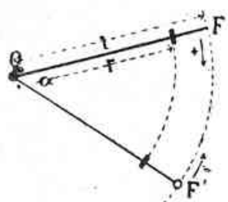


Fig. 3.

Soit r la distance entre la roulette et le cercle d'évolution O; nous avons pour le déroulement u la valeur

$$r\,\alpha, \text{ d'où } \alpha = \frac{u}{r} \qquad (1)$$

et la surface S balayée par la tige

$$\frac{l^2\alpha}{2} = \frac{l^2\,u}{2\,r} \qquad (2)$$

Pour un contournement complet le nombre proportionnel est $= \frac{u}{r} = 2\,\pi$, ce qui donne

$$u = 2\,r\,\pi \text{ et } S = l^2\,\pi.$$

Si la tige est ramenée à son point de départ sans avoir fait un tour entier autour de son axe vertical, le secteur est balayé dans un sens inverse ou négatif: l'arc u, ainsi que la surface parcourue S, se réduisent à zéro.

Mesure des aires

1° L'aire est limitée par quatre droites. La base est une droite.

a) Un côté du quadrilatère est commun avec la base.

Cherchons à évaluer l'aire $a\ b\ c\ d$, en contournant cette aire avec le traçoir F, l'extrémité O du planimètre s'appuyant constamment contre la base $X\ X$. D'après ce qui précède et en examinant la figure 4, on comprend sans peine qu'en faisant faire à la pointe F le chemin de d en a, la roulette déroulera la longueur u. Ce chiffre, multiplié par la longueur l de la tige, donne l'aire de la figure contournée $a\ b\ c\ d$. Le chemin parcouru par la pointe de a en b est annulé par le mouvement en sens inverse de c en d.

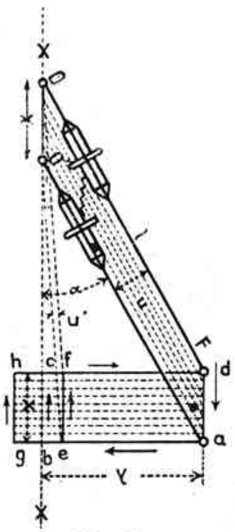


Fig. 4.

La figure 4 montre encore que la roulette peut être adaptée à n'importe quel endroit de la tige motrice ; elle peut être même fixée en dehors de la tige, pourvu que son axe reste parallèle à celle-ci et parallèle au plan sur lequel la roulette s'appuie.

Si nous conduisons la pointe F de b en c, c'est-à-dire en suivant la base, la roulette ne fait que glisser ; son mouvement de rotation est nul. Ce n'est donc uniquement que pendant le parcours de d en a qu'il se produit un déroulement *définitif* de la roulette, dont la valeur est représentée par la hauteur (u) d'un rectangle, ayant la longueur $O\ F = l$ de la tige pour base.

b) Le quadrilatère est placé d'un côté de la base.

Supposons le sens du contournement positif et le quadrilatère $a\ e\ f\ d$ à droite de la base (fig. 4).

De d en a la roulette déroule de la valeur u dont le produit

$$lu = aire\ O\ d\ a\ O' = aire\ d\ a\ b\ c$$

De a en e la roulette déroule à nouveau d'une certaine quantité dont la valeur sera annulée par le déroulement qui aura lieu en sens inverse de f en d.

De e en f la roulette déroule en sens inverse de la valeur u' dont le produit

$$lu' = aire\ o\ f\ e\ o' = aire\ f\ e\ b\ c$$

Il s'en suit donc que revenu au point d la roulette a déroulé seulement de $u - u'$ et l'aire mesurée est :

$$lu - lu' = d\ a\ b\ c - f\ e\ b\ c = d\ a\ e\ f$$

Il convient de remarquer que pour un sens de parcours dans la direction $X\ X'$ le déroulement de la roulette est positif à droite de la base et négatif à gauche.

Si le parallélogramme était situé à gauche de la base et que l'on conserve un sens de parcours positif, de d en a on enregistrerait : (¹)

$$l\,(-u') = -lu'$$

(1) u', si on convient de garder u' pour le déroulement correspondant au côté le plus près de la base.

et de g en h.

$l\,(+u) = lu$ l'aire totale serait :

$$-lu' + lu = l\,(u - u')$$

La roulette aurait déroulé de la même quantité, il n'y aurait rien de changé

c) Le quadrilatère est situé de part et d'autre de la base.

D'après ce qui précède on conçoit qu'une aire située de part et d'autre de la base sera facilement mesurée. En effet :

Supposons que l'on veuille mesurer la surrace $d\,a\,g\,h$, appelons u_1 le déroulement produit de d en a, et u_2 le déroulement produit de g en h.

Dans le parcours la roulette déroulera de d en $a + l\,u_1$, de a en g une quantité égale et de signe contraire de h en d

et de g en $h + lu$, d'où

$$\text{surrace } d\,a\,g\,h = lu_1 + lu_2 = l\,(u_1 + u_2)$$

Conséquence. — Pour retrancher deux surfaces l'une de l'autre, il suffit de parcourir la plus petite dans le sens inverse de la plus grande, c'est à dire négativement.

Cette remarque trouve son emploi dans le cas de la mesure de l'aire d'un diagramme de machine thermique.

Si un diagramme est formé de boucles, celles-ci correspondant à un travail résistant, on voit que si le travail moteur est parcouru dans le sens positif le travail résistant sera parcouru dans le sens négatif (fig. 4 bis).

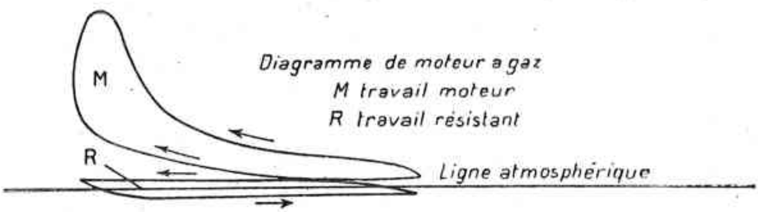


Fig. 4 bis

Les aires se trouvent donc soustraites et l'on obtient le travail résultant sans aucune opération.

Nous avons pris ici le cas de rectangles pour simplifier les démonstrations, celles-ci étant légèrement plus compliquées dans le cas de figures quelconques.

Supposons que l'aire $a\,g\,b\,d$ représente un rectangle d'une hauteur infiniment petite ; il en résulte que n'importe quelle figure peut être considérée comme une agglomération de rectangles de ce genre.

Si nous remplaçons dans la formule (1) le terme $\sin\alpha$ par l'expression équivalente $\frac{y}{l}$, nous aurons $u = \frac{x \cdot y}{l}$

d'où il suit que

$$l \cdot u = x \cdot y.$$

Le terme de droite de cette équation n'est pas autre chose que la surface contournée avec la pointe ($a\ b\ c\ d\ a$. fig. 4.), tandis que le terme de gauche représente la longueur l du bras multipliée par le déroulement u de la roulette, ce qui démontre l'exactitude de notre théorie.

2° L'aire est obtenue par le déplacement de la tige dans un plan. La base est une courbe.

Imprimons maintenant à la tige $O\ F$ un déplacement continu de $O_0\ F_0$ en $O_1\ F_1$ en faisant décrire à ses deux extrémités les arcs de courbe $O_0\ O\ O_1$ $F_0\ F\ F_1$. (Fig. 5)

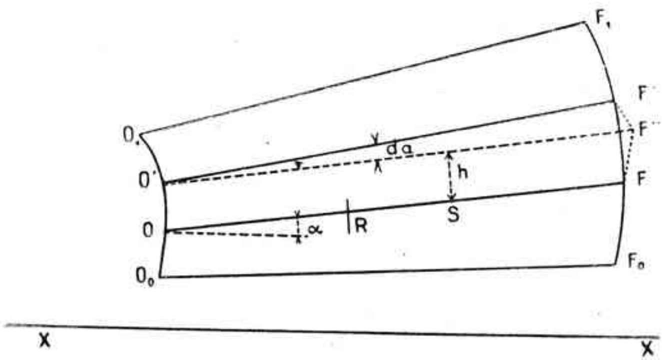


Fig. 5.

Appelons l la longueur OF, r la distance $O\ R$ (roulette) et (α) l'angle que fait la tige dans une position quelconque $O\ F$ avec la base $X\ X$. Soit s l'aire $O_0\ O\ F\ F_0$; quand la tige suit le déplacement infiniment petit qui l'amène de $O\ F$ en $O'\ F'$ l'aire s croit de $ds = O\ O'\ F'\ F$. Si par O' on mène une droite $O'\ F''$ égale et parallèle à $O\ F$ on peut regarder l'aire infiniment petite $d\ s$ comme égale à la somme du parallélogramme $F\ O\ O'\ F''$ de hauteur h et du secteur $F''\ O'\ F'$ dont l'angle est $d\ \alpha$.

$$d\,s = l\,h + \frac{1}{2}\,l^2\,d\,\alpha$$

Calculons l'arc $d\,u$ de la roulette, qui s'est appuyé sur le papier dans le mouvement de $O\ F$ en $O'\ F'$: Cet arc est la somme de deux arcs: l'un h provenant du déplacement de $O\ F$ en $O'\ F''$ et l'autre $r\ d\ \alpha$, provenant du déplacement de $O'\ F''$ en $O'\ F'$ (voir 4°) on a donc

$$d\,u = h + r\,d\,\alpha$$

L'élimination de h entre ces deux relations donne

$$d\,s = l\,d\,u + \left(\frac{1}{2}\,l^2 - l\,r\right)d\,\alpha \qquad (1)$$

Cette formule est générale, à condition de regarder h comme positif ou comme négatif, suivant que la roulette tourne dans un sens ou dans un autre.

Pour avoir l'aire totale $O_0\, F_0\, O_1\, F_1$ balayée par la tige, il faut faire la somme algébrique des éléments $d\,s$, c'est-à-dire intégrer le deuxième membre de la formule (1) depuis la position $O_0\, F_0$ jusqu'en $O_1\, F_1$ On a donc, en appelant u l'arc total de la roulette qui s'est appuyée sur le papier, a_0 et a_1 les angles des directions $O_0\, F_0$ et $O_1\, F_1$ avec $X\,X$.

$$\text{Aire} \quad O_0\, F_0\, O_1\, F_1 = l\,u + \left(\frac{1}{2}\,l^2 - l\,r\right)(a_1 - a_0) \quad (11)$$

La quantité u se lit sur le compteur qui enregistre le nombre de tours de de la roulette : $a_1 - a_0$ est l'angle des deux positions extrêmes de la tige.

On voit qu'on ferait disparaître cet angle en prenant $r = \frac{l}{2}$ mais cela est inutile, car le terme dépendant de l'angle disparait de lui-même comme on l'a déjà vu dans le cas d'un contour limité par quatre droites et dans le cas général d'un contour fermé, ainsi qu'on le verra plus loin.

3° Cas où la roulette est sur le prolongement de la tige.

Nous avons supposé dans ce qui précède, la roulette placée entre O et F. Les formules seraient les mêmes, si la roulette était fixée sur le prolongement de la tige dans le sens $O\,F$, r est supérieur à l. Si elle est sur le prolongement de la tige $F\,O$, il suffit de supposer r négatif. Avec cette convention la formule (11) s'applique à tous les cas.

4° Aire d'un contour fermé.

Soit une courbe fermée quelconque dont il s'agit d'évaluer l'aire S (fig 6). Traçons une courbe auxiliaire $H\,H'$ et plaçons la tige $O\;F$ de telle façon que l'extrémité O glisse le long de $H\,H'$, tandis que l'extrémité E décrit la courbe

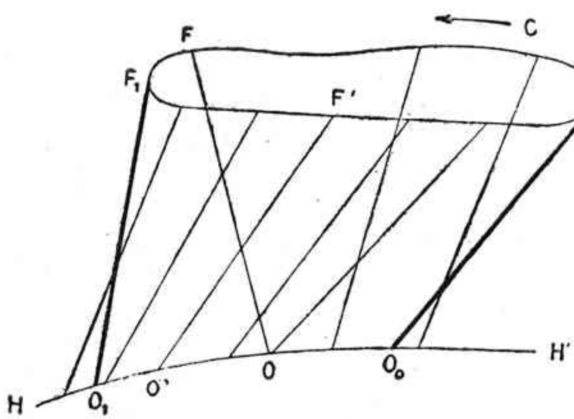


Fig. 6,

C dans le sens de la flèche d'un mouvement continu. Soient $O_0\, O_1$ les positions extrêmes du point O sur la courbe $H\,H'$ dans ce mouvement, $O_0\, F_0$ et $O_1\, F_1$ les positions correspondantes de la tige. Quand F va de F_0 à F_1 par l'arc supérieur

$F_0\,F\,F_1$, la somme algébrique des aires $d\,s$, balayées par la tige, est $O_0\ F_0\ F\ F_1\ O_1$; quand le point F revient de F en F_0 par l'arc inférieur $F_1\ F'\ F_0$, le point O revient de O_1 en O_0 et la somme algébrique des aires $d\,s$ balayées par la tige est l'aire $O_1\ F_1\ F'\ F_0\ O_0$ changée de signe. Donc quand le tour est complet la somme algébrique $\int d\,s$ est égale à l'aire S de la courbe

$$S = \int d\,s = \int l\,d\,u + \int \left(\frac{1}{2}\,l^2 - l\,r \right) d\,a$$

Comme dans ce mouvement, la tige reprend la même direction qu'au départ après une suite d'oscillations entre les deux di ections limites, la somme $\int d\,a$ des variations angulaires est nulle et l'on a encore

$$S = l\,u$$

Soient N le nombre de tours et de fractions de tours effectués par la roue-ette, R son rayon, on a

$$u = 2\,\pi\ R\ N$$

$$S = 2\,\pi\ R\ l\ N$$

Si l'on fait $2\ \pi\ R\ l = 1$ on a

$$S = N$$

L'aire cherchée se lit donc sur le compteur. Il est essentiel pour que cette formule soit exacte que le point A ne fasse qu'al er et venir le long d'un arc $H\,H'$ et que $\int d\ a$ soit nul.

Théoriquement cette courbe $H\ H'$ est quelconque, pratiquement on lui donne la forme d'un arc de cercle (planimètre polaire) ou d'un segment de droite (planimètre linéaire), on l'appelle la directrice.

Planimètre Polaire

Dans cet appareil la courbe $H\ H'$ est un arc de cercle (Fig 7), On oblige point O à décrire un arc de cercle, au moyen d'une bride $O'\ O$, rattachant

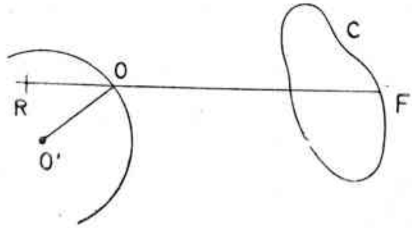


Fig. 7.

l'extrémité O à un point fixe O' ; le point F décrit la courbe C dont on veut évaluer l'aire. Pour que la formule

$$S = 2\,\pi\ R\ l\ N \quad \text{ou} \quad 2\,\pi\ R\ N = u$$

s'applique il faut que, après un tour complet de F sur la courbe, le point O ait décrit deux fois en sens inverse le même arc de cercle et que la tige revienne à sa position première sans avoir fait de tour sur elle-même.

Quand la courbe C est trop grande par rapport aux dimensions de l'appareil, on peut la fractionner. On peut aussi placer le point fixe O' dans l'intérieur de c (fig. 8) de telle façon que le cercle, lieu du point O, soit dans l'aire cherchée et faire décrire au point F la courbe C. L'aire balayée par la tige $O\ F$ est alors l'aire de la couronne comprise entre le cercle et la courbe. On a donc, en appliquant la formule (11) et en remarquant que lorsque la direction de la tige fai un tour complet, la différence $a_1 - a_0 = 2\pi$

$$\text{couronne} = lu + \left(\frac{1}{2} l^2 - lr\right) 2\pi$$

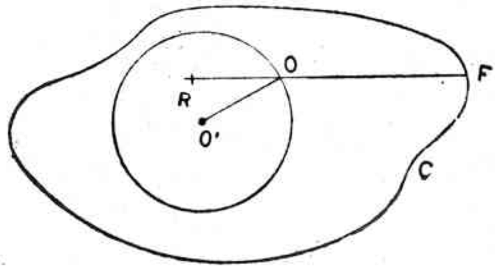


Fig. 8

L'aire C est alors

$$S = lu + \left(\frac{1}{2} l^2 - lr\right) 2\pi + \pi\, O'O^2$$

La quantité

$$lu = 2r\ R\ l\ N \text{ est donnée par le compteur ;}$$

La quantité

$$\left(\frac{1}{2} l^2 - lr\right) 2\pi + \pi\ O'O^2 \quad \text{est une constante}$$

de l'appareil calculée et donnée par le constructeur pour les différentes longueurs l de la tige.

C'est cette constante dont on verra l'emploi dans l'application numérique de ce cas donnée plus loin.

Planimètre Linéaire

Si comme on l'a déjà vu la courbe $H\ H'$ est une droite $X\ X$ on a un planimètre linéaire. La tige $O\ F$ (fig 9) est articulée, par O, a un chariot assujetti à glisser le long d'une rainure rectiligne; le point F parcourt la courbe C, dont on

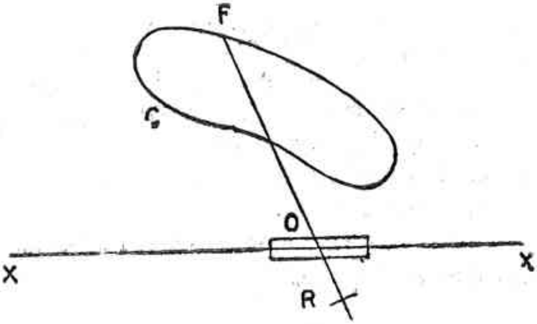


Fig. 9.

veut déterminer l'aire S; la roulette enregistre donc cette aire d'après la formule

$$S = l\,u = 2\,\pi\,R\,l\,N$$

On peut dire que cet appareil donne la valeur de l'intégrale $\int y\,dx$ prise le long de C.

Mais si sur cet appareil on fixe d'autres roulettes, par l'intermédiaire de multiplicateurs d'angles, on pourra obtenir les intégrales

$\int y^2\,dx \qquad \int y^3\,dx$ qui se présentent dans les calculs des centres de gravité et des moments d'inertie.

Modifications apportées aux Appareils

Nous avons vu que le déplacement latéral de la tige $O\,F$ est mesuré par le déroulement u de la roulette sur le plan.

Mais lorsque la roulette, au lieu de se mouvoir directement sur le plan, se meut sur un disque ou une sphère dont la rotation est proportionnelle au mouvement x du point O le long de la directrice, le chemin x parcouru par la roulette sur le disque ou la sphère se trouve augmenté. Il en résulte que la roulette peut indiquer des portions d'aire minimes. L'équation reste juste, elle ne fait qu'adopter une forme d'une application plus générale:

$$S = l \times u \times c$$

où c est un nombre constant qui dépend des dimensions de l'instrument.

Les planimètres à compensation.

Ces planimètres sont destinés à remplacer peu à peu les planimètres polaires simples. Ils diffèrent de ceux-ci en ce sens que le bras polaire peut être placé alternativement à droite et à gauche de la tige motrice. L'application de ce principe a pour but d'éliminer l'erreur résultant du déroulement u de la roulette par suite du non-parallélisme de l'axe de la roulette intégrante avec la tige motrice. En effet, l'erreur en question altère tantôt positivement tantôt négativement le résultat du calcul, suivant que le bras polaire se trouve à droite ou à gauche de la tige motrice. La moyenne de deux résultats obtenus par un seul contournement dans chacune des deux positions du bras polaire, donne la véritable surface de la figure contournée. Mr. *O. Lang*, géomètre, qui a donné l'idée de cette nouvelle construction des planimètres polaires, a démontré comme il suit d'une façon très approfondie la vérité du principe de la compensation.

Soit δ l'angle (dû au non parallélisme), formé par l'axe de la roulette intégrante avec la tige motrice ; le déroulement u de la roulette n'est plus $= x \times \sin \alpha$ mais bien $= x \times \sin (\alpha + \delta)$. En d'autres termes : le déroulement u cesse d'être proportionnel à la surface contournée. Lorsque le pôle est très près de la tige, l'erreur affectée au déroulement u est la plus forte, et — suivant la valeur algébrique de l'angle δ — positive ou négative. A mesure que le pôle s'éloigne de la tige motrice cette erreur diminue, la tige et l'axe de la roulette finissent par former une ligne droite et, au moment où le pôle passe sur la gauche de la tige motrice, le, le signe algébrique de δ change ; de là, l'erreur s'augmente de plus en plus en sens inverse et forme *un minimum* du déroulement u lorsque le pôle approche du côté gauche de la tige motrice ; sur sa droite l'erreur à compenser avait atteint son *maximum* de déroulement u. Le même effet peut évidemment se produire dans le sens inverse.

La moyenne arithmétique de deux contournements d'une figure — le bras polaire ayant occupé deux positions symétriques à droite et à gauche de la tige motrice — fournit par conséquent un résultat de calcul exempt de l'erreur provenant d'une position erronée de l'axe de la roulette. Les deux positions symétriques de la tige s'obtiennent de suite si, après avoir placé l'instrument selon les règles, on laisse le pôle à sa place, puis, après avoir fait le premier contournement on fait passer la tige motrice sous le bras polaire — opération analogue à celle du renversement de la lunette d'un théodolite. La figure nº 10 indique deux positions symétriques de la tige motrice, par rapport à la figure à contourner avec le pôle *à gauche* et *à droite* de la tige et avec une position unique du pôle. — La figure 11 donne deux positions symétriques de la figure *J* et de la tige *F*, prises dans deux positions polaires *P'* et *P''*. Les deux systèmes sont également bons pour compenser l'erreur en question.

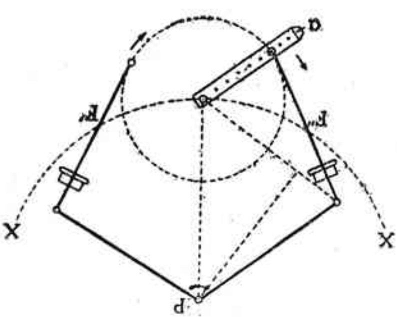
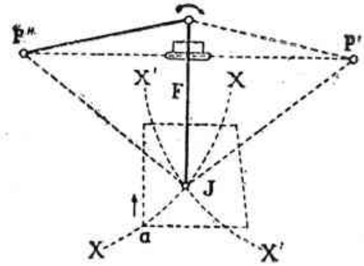


Fig. 10.



Fi. 11.

Remarques

En conduisant la pointe, dans la position normale de la tige, le long de la base X X, l'axe de la roulette demeure constamment parallèle à la direction suivie par son point d'appui : la roulette, au lieu de tourner, ne fait que glisser. Nous appelons donc cette direction *ligne de glissement*. Lorsque la "directrice" est une droite comme c'est le cas pour le planimètre linéaire ou roulant, la "base" et la "directrice" se confondent dans la même ligne, ou bien, elles forment deux droites parallèles (voir Fig. 12). Si, par contre la roulette est mue par une sphère, la ligne de glissement se réduit en un *point* : le pôle de la sphère ; ou bien encore, elle forme un petit cercle dont le rayon équivaut à la distance verticale entre l'axe de la sphère et l'axe de la roulette.

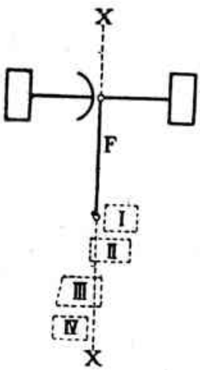


Fig. 12

Pour le *planimètre polaire* (voir Fig 13) la directrice est un cercle. La position normale de la tige est telle, que le plan prolongé par la roulette passe par le *pôle P*, c'est-à-dire par le centre d'évolution de tout l'instrument. En faisant tourner la tige dans cette position normale autour du pôle, la pointe décrit la *base* X X, le point d'appui de la roulette suit la *ligne de glissement* et l'axe d'évolution de la tige suit la *directrice*. Ce mouvement produit donc trois cercles parallèles, ayant le pôle P pour centre commun.

Lorsque, au lieu de rouler sur le plan lui-même, la roulette fonctionne sur un disque tournant placé sous la tige polaire (voir *planimètre à disque* Fig. 14) l'angle droit, formé par la tige motrice F avec la tige polaire, est la *position normale*. Dans ce cas, la base est un cercle, tracé par la pointe autour du pôle, et la ligne de glissement un cercle, décrit sur le disque, et dont le rayon est égal à la distance entre le point d'appui de la roulette et le centre du disque, par lequel passerait le plan, mené par la roulette.

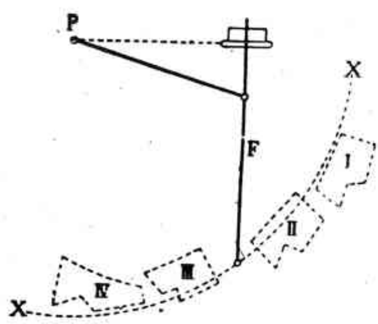


Fig. 13

On voit que, dans le fonctionnement de tous les planimètres, il se produit un glissement de la roulette intégrante, lorsqu'on suit la *base*. Ce glissement atteint son maximum avec le planimètre polaire, dont la roulette touche directement le plan. Le minimum se produit avec le planimètre à sphère, sans toutefois disparaître entièrement.

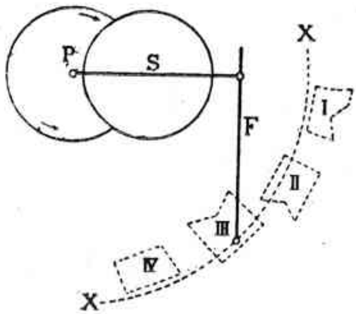


Fig. 14.

Le glissement de la roulette a toujours été considéré comme la principale cause d'er eur dans l'emploi des planimètres. On attribuait généralement l'erreur à de légères rotations de la roulette pendant son glissement

L'expérience démontre que le glissement sans aucune rotation a lieu également lorsque la pointe décrit une parallèle très rapprochée de la base et que ce glissement est causé par le frottement de l'axe de la roulette dans ses coussinets.

Daus les planimètres à disque et à compensation, ce frottement nuisible est presque totalement supprimé au moyen de la cannelure du pourtour de la roulette. Cette cannelure consiste en un nombre très grand de petits traits, dont la direction est parallèle à l'axe, de sorte qu'avec des instruments neufs, dont l'axe de la roulette est soigneusement ajustée et tourne avec une extrême facilité dans les coussinets, l'influence nuisible de la ligne fondamentale sur les résultats de l'opération n'est pas perceptible. Cependant l'instrument ne peut conserver cet avantage d'une façon durable, qu'à la condition d'apporter les plus gra ds soins dans son entretien et son maniement. En outre, on évite l'influence nuisible de la proximité de la ligne fondamentale, en plaçant le planimètre dans la position la plus favorable pour son bon fonctionnement. (Voir Fig. 15, 16, 17 et 18.)

On observera donc soigneusement les règles suivantes :

III. Règles générales applicables à tous les planimètres avec roulette intégrante

1° Les tourillons de l'axe de la roulette intégrante de tout planimètre, quel qu'il soit, doivent reposer dans des coussinets absolument irréprochables, capables de réduire les frottements au strict minimum, tout en conservant une extrême mobilité. C'est une condition sine qua non de leur bon fonctionnement.

2° L'axe de la roulette de tout planimètre, quel qu'il soit, doit toujours être l'objet des soins les plus attentifs. Il est de toute nécessité de le préserver de tout choc ou de pressions anormales, sinon la précision de l'instrument en souffrirait. Une fois les tourillons très fins de l'axe endommagés, la roulette ne remplira plus les conditions de la formule $u = x \sin \alpha$. La précision de l'instrument ne pourra être rétablie que par le moyen d'une réparation.

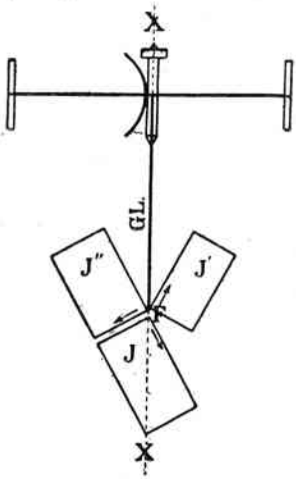


Fig. 15.

3° En opérant, tout planimètre doit être placé de manière que les limites de la figure à calculer ne se trouvent ni trop rapprochées ni parallèles à la base.

Le *plan* sur lequel on opère avec le planimètre à compensation, ainsi que le *disque*, lorsqu'il s'agit du planimètre à disque, doivent être au préalable époussetés et nettoyés avec soin. Tout corps étranger aurait pour résultat d'user la cannelure de la roulette et par conséquent de nuire à l'exactitude de l'instrument

Les figures 15, 16, 17 et 18, représentent les positions respectives les plus favorables entre les divers planimètres et l'aire *J*, dont on veut déterminer la surface *S*. Sans tâtonner longtemps, on obtient cette position favorable en observant la règle suivante :

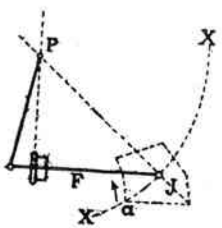


Fig. 16.

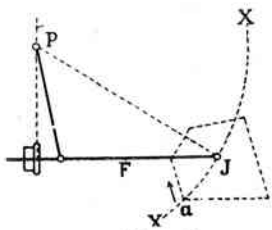


Fig. 17.

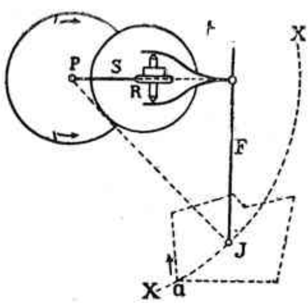


Fig. 18.

4° On place la pointe au milieu de la figure à mesurer et le pôle *P* de telle façon qu'il se trouve dans le plan vertical prolongé de la roulette. S'il s'agit du planimètre roulant, il faut que la tige motrice et le chariot soient disposés à angle droit; on conduit ensuite l'instrument dans cette position (donc en suivant la base) jusqu'au point *a* où doit commencer l'opération. Comme c'est justement sur la base que la roulette est le moins sensible, les erreurs de départ et d'arrivée sont réduites au minimum par l'observation de cette règle.

Les figures 12, 13 et 14 indiquent les positions *défavorables* de l'instrument par rapport à la figure à contourner, *qu'il faut éviter le plus possible.*

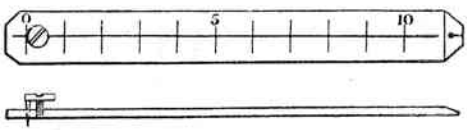
L'opérateur qui suivra constamment les règles nos 2, 3 et 4, et qui se rendra compte le plus souvent possible de l'état de son planimètre au point de vue de la règle nº 1, obtiendra toujours de bons résultats.

Tout le monde est d'accord, que la nature du plan sur lequel on opère, influe beaucoup sur le déroulement de la roulette intégrante. Il n'est point indifférent, en effet, que les déroulements de la "roulette à sinus" s'opèrent sur un papier absolument uni ou sur une matière rugueuse, sur un papier à dessin à gros grain ou à fibres allongées, sans compter les surfaces ondulées et inégales d'une carte mal collée ou d'un plan chiffonné.

De là dérive l'avantage incontestable et incontesté des planimètres à disque ou à sphère, qui permettent à la roulette intégrante de fonctionner sur une surface uniforme et d'indiquer en même temps des sections d'aire plus minimes. Ces avantages sont assez considérables pour que ces instruments soient traités avec plus d'égards et entretenus avec un soin particulier.

Règle de contrôle

Parmi les accessoires des planimètres, on emploie une petite règle plate en laiton, appelée règle de contrôle, divisée en 8 ou 10 cm (Fig. 19). Le zéro de cette division est percé d'un petit trou, afin de recevoir une pointe d'aiguille, maintenue par une vis superposée. Le pied de chaque trait de divi-



sion est formé par un petit creux conique dont la dimension est égale à la pointe fine du traçoir.

On place la règle sur le plan, bien à plat, et l'on enfonce la pointe. Après avoir dévissé, ou relevé suffisamment le support adapté au traçoir, on pose la pointe motrice du planimètre dans l'un des creux de la division. Il est donc facile ensuite, en tournant la règle autour de son centre d'évolution, de décrire avec le traçoir un cercle dont le rayon est connu. Pour être certain de revenir exactement au point de départ du cercle, l'extrémité de la règle — taillée en biseau — est munie d'un index, en regard duquel on marque un point de repère sur le papier, avant d'exécuter le mouvement circulaire.

IV. Vérification des Planimètres

Avant de procéder avec succès à la vérification d'un instrument, il est de toute nécessité que l'opérateur en connaisse les qualités et qu'il soit quelque peu familiarisé avec le maniement de celui qu'il se propose de vérifier.

C'est pourquoi nous recommandons à tous ceux qui veulent vérifier leurs planimètres, d'étudier d'abord le chapitre III et de s'exercer aux manipulations qui y sont exposées, car si l'instrument, par un tour de main maladroit ou inexpérimenté, a été atteint dans ses organes les plus délicats, ou qu'il soit même endommagé, l'observation la plus stricte des règles et prescriptions ci-dessous ne sera qu'un leurre. On ne pourra plus ni obtenir un bon résultat, ni porter un jugement sain sur la qualité de l'instrument. Donc, en établissant les règles de vérification qui vont suivre, nous supposons que tout ce qui a été dit jusqu'ici dans ce petit traité, est déjà matière connue.

La vérification à fond d'un planimètre exige un grand nombre de contournements qui, autant que possible, devront être exempts d'erreurs. Cette dernière condition ne peut guère être remplie qu'en se servant de moyens mécaniques.

Mais tout en se servant de moyens mécaniques, les erreurs de contournement ne sont pas complètement exclues. Voici pourquoi : si, en décrivant un cercle à l'aide de la règle de contrôle, la pression exercée sur le bouton du traçoir, n'agit que dans la direction de la tangente, le traçoir, quoiqu'il ne puisse quitter la périphérie, fera ressort et le bras moteur n'occupera plus la position qui lui est assignée par la marche théorique de la pointe motrice. Cet inconvénient a pour conséquence de fortes erreurs de contournement qui deviennent très gênantes pour les calculs de surfaces de grandes étendues ; c'est un fait dont chacun peut se rendre compte en faisant le calcul. Il est donc plus rationnel de charger le traçoir et la règle d'un petit poids et de décrire le cercle en conduisant la règle, au lieu de saisir la tête du traçoir. La règle de contrôle servira donc principalement pour vérifier *l'uniformité* des résultats obtenus par une série de contournements, avec des positions diverses du pôle, tandis qu'on déterminera la longueur définitive de la tige motrice en se basant sur le contournement de figures dessinées et dont la surface est exactement connue (des carrés par exemple que l'on divisera ensuite en triangles).

La vérification des planimètres doit s'étendre successivement sur les points suivants, savoir :

1° Si l'instrument se trouve en bon état.

2° Si la division de la roulette est exacte et bien centrée. A cet effet on observe le vernier en différentes places de la division, de 10 en 10 traits, tout le long du pourtour de la roulette ; les traits de 0 et de dizaines du vernier doivent carrespondre partout à 9 parties de la division.

3° Si les différentes lectures ($L_2 - L_1$), résultant d'une série de contournements de la même figure, sont égales entre elles.

Ce dernier point a surtout de l'importance pour les planimètres à compensation, c'est-à-dire pour les instruments dont la roulette intégrante fonctionne pirectement sur le plan ; d'abord, parce que la valeur d'une unité du vernier représente une assez grande surface ; ensuite parce que l'uniformité du déroulement dépend surtout de la cannelure du bord de la roulette, et parce qu'en contournant plusieurs fois, les erreurs se cumulent, au lieu de se compenser, selon que le déroulement représente une fraction plus ou moins grande d'un tour entier de la roulette intégrante.

En ce qui concerne les planimètres à disque et les planimètres roulants, on y trouvera parfois des écarts jusqu'à 10 unités du vernier entre les résultats d'une série de contournements. Ces différences sont peu inquiétantes, et elles se montrent rarement au même endroit de la division, ce qui prouverait qu'elles résultent de contournements défectueux ; chose qui, — nous l'avons dit plus haut — peut arriver même avec la règle de contrôle.

Cette même théorie est valable, lorsqu'on veut vérifier si, en traçant un cercle avec la règle de contrôle, le mouvement d'aller et celui de retour donnent des résultats identiques.

En tout cas il sera bon de soumettre également à cette vérification les planimètres roulants et à disque, ne serait-ce que pour juger s'ils fonctionnent régulièrement. Toutefois on ne peut exiger d'eux que les résultats s'accordent a une unité du vernier près.

Lorsqu'on veut savoir si un planimètre simple donne des lectures concordantes, on utilise de préférence la mise-au-point de la tige pour 10 mm², et un rayon de 6 cm à la règle de contrôle. Après avoir contourné une douzaine de fois, on aura passé en revue le pourtour entier de la roulette. Si la différence entre le maximum et le minimum des résultats ne dépasse pas de 2 à 1 1/2 unités du vernier, le planimètre peut être considéré comme bon. Les erreurs apparaissent surtout lorsque le cercle contourné approche, sur un certain parcours, du cercle fondamental.

Après avoir décrit le cercle dans un sens, on reprend le mouvement en sens inverse et l'on doit obtenir les mêmes résultats. Les erreurs qui surviennent ne peuvent être corrigées sur l'instrument ; si elles dépassent les limites tolérées, il faut en chercher la cause dans un défaut inhérent au planimètre. Ou le jeu d'un des axes est beaucoup trop grand, ou, le bord de la roulette est mal cannelé ; ou les coussinets sont défectueux ; ou enfin, l'axe de la roulette est endommagé.

Dans tous ces cas il faut faire rectifier et au besoin faire réparer les instruments par le constructeur.

4° Vérifier si le déroulement *u* de la roulette est le même, lorsqu'on contourne la même figure, tantôt à gauche, tantôt à droite de la base, c'est-à dire si l'axe de la roulette est parallèle à la tige motrice. Ceci peut se vérifier également à l'aide de la règle de contrôle ; on n'a qu'à avoir soin que le cercle tracé dans les deux positions, ne s'approche pas trop de la base X X, sans quoi l'erreur de lecture *ne proviendrait plus uniquement d'une fausse position de l'axe de la roulette.*

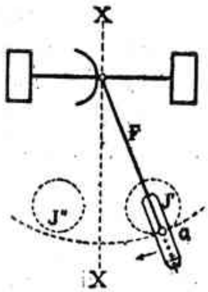


Fig. 20.

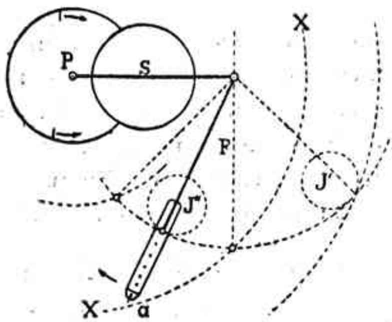


Fig. 21.

Les figures 20 et 21 mettent sous les yeux la manière d'exécuter cette vérification pour le planimètre roulant et le planimètre à disque. Si la lecture en J' (à droite de la base) est plus forte que celle en J'' (à gauche de la base), il faut déplacer *à droite* l'extrémité de l'axe de la roulette qui est tournée vers le traçoir, et vice-versa Cette rectification s'opère, en déplaçant — d'un côté seulement — le cadre qui porte l'axe de la roulette.

Les figures 22 et 23 montrent de quelle façon cette vérification se pratique pour le planimètre à compensation. Si la position F'' de la tige (le pôle étant à gauche) annonce un résultat plus fort que celle en F', (pôle à droite), il faudra également déplacer à droite le bout de l'axe de la roulette qui est tourné du côté du traçoir — en supposant que l'instrument soit construit pour opérer cette rectification Autrement on éliminera l'erreur, en prenant la moyenne arithmétique entre les deux positions de la tige.

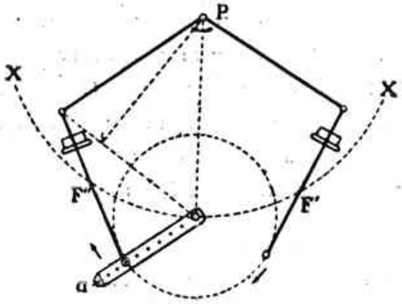


Fig. 22.

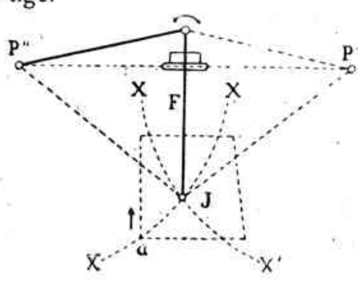


Fig 23.

5° Vérifier si les chiffres inscrits au tableau pour la mise-au-point du bras moteur, et la constante (pôle à l'intérieur de la figure) sont justes.

Cette vérification se fait d'abord approximativement à l'aide de la règle de contrôle, en traçant quelques cercles de rayons différents et en prenant la moyenne de la série des résultats. Quant à la vérification définitive, elle ne peut se faire qu'en contournant une figure (polygone-repère) dont on aura d'abord déterminé la surface d'une façon rigoureusement exacte. Si les résultats, signalés par le planimètre, sont trop petits de $\frac{1}{n}$ de la surface vraie, il faudra raccourcir le bras moteur de $\frac{1}{n}$ de sa longueur. On fera le contraire, si le contournement donne un chiffre trop élevé. — La division gravée sur la tige donne cette longueur (c'est-à-dire la distance entre la pointe et l'axe vertical du bras moteur) avec une approximation plus que suffisante.

On vérifiera l'exactitude de la constante C d'un planimètre en la calculant ainsi :

On contourne dans le sens des aiguilles d'une montre un grand carré dont la surface J est connue, on fait une *première* lecture L_1 au départ et une *deuxième* L_2 à l'arrivée.

Si f est l'échelle du dessin correspondant à la constante cherchée, cette dernière sera donnée par la formule ci-dessous.

$$C = \frac{J}{f^2} \times \frac{1}{L_2 - L_1}$$

6° Pour finir, on pourra vérifier — en ce qui concerne le planimètre de précision à disque — si les déroulements restent les mêmes, lorsqu'on contourne la même figure plusieurs fois, pendant que la roulette r occupe successivement des positions différentes sur le périmètre du disque P (fig. 22) et pendant que le disque S stationne entre les deux flèches du disque polaire P

Observations générales

Il faut que la roulette puisse glisser légèrement ; son axe pour ce motif doit avoir quelque jeu, toutefois le tambour de la roulette ne doit pas toucher le vernier.

Pour éviter la rouille il faut avoir soin de ne pas toucher le rebord de la roulette avec les doigts.

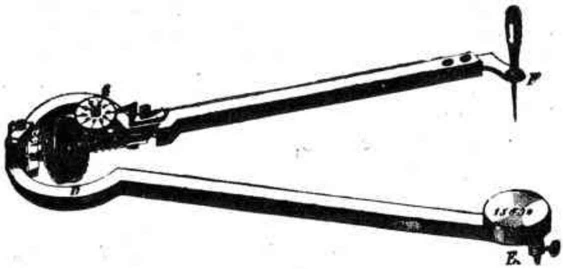
Quand le traçoir ou la tige portant le traçoir se dérangent ou se courbent, le planimètre est faussé. Par contre la roulette peut se déplacer dans le sens de son axe sans influence sur l'exactitude de l'instrument. On peut par suite démonter la roulette sans inconvénient pour procéder à un nettoyage complet, tout en employant bien entendu les précautions nécessaires. Il faut avant tout laisser le rebord de la roulette tel quel, ne pas le polir, ne pas le frotter, et empêcher que ses pivots ne s'abiment, car le bon fonctionnement du planimètre en dépend absolument.

DESCRIPTION

des différents Modèles de Planimètres

Planimètres Polaires [1]

Planimètre polaire Syst. Amsler à une seule échelle



La plus grande figure qui puisse être mesurée en une fois avec ces instruments est un cercle de 0m62 de diamètre.

Ils donnent les résultats en centimètres carrés pour le modèle courant à échelle au 1/1000e [2].

Pour les Services du Cadastre, il existe un modèle spéciale à échelle au 1/2500e qui donne les lectures directes des surfaces dessinées à cette échelle, sans calcul [3].

Il y a deux manières d'employer ces planimètres :

1. La pointe de l'aiguille E est placée en dehors de la figure.

On place l'instrument sur le dessin et on presse l'aiguille *E* légèrement dans le papier du dessin en dehors de la figure en un point quelconque mais tel que le traçoir *F* ne soit pas gêné pour parcourir tout le contour de la figure. Pour assurer la bonne position de l'aiguille on place un petit poids dessus.

On marque un point quelconque sur le contour de la figure et on y place la pointe du traçoir *F*. On note alors la lecture du compteur de la roulette. Puis on suit le contour de la figure dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre. Lorque celui-ci est revenu au point de départ, on fait de nouveau la lecture du compteur. En retranchant la première lecture de la seconde on obtiendra une différence, qu'il faut multiplier par le facteur 0,1 gravé sur le poids.

Exemple. Détermination de l'aire d'un cercle de 20 cm de diamètre.

(1) Tous les planimètres s'établissent sur commande en pouces anglais ou autres mesures étrangères.
(2) Ce modèle au 1/1000e se construit en maillechort sous le N° 1085 du Catalogue H. MORIN.
(3) — 1/2500e — — — N° 1086 — —

Supposons que, la première lecture étant 1473, on obtienne comme seconde lecture 4615, le calcul se fera comme suit :

Seconde lecture	4615
Première lecture	1473
Différence	3142

Facteur gravé sur le poids o cm² 1.

Résultat : $3142 \times 0{,}1 = 314{,}2$ cm².

2. La pointe de l'aiguille E est placée dans la figure.

L'opération mécanique se fait exactement de la même manière que lorsque l'aiguille est placée en dehors de la figure, mais le calcul qui conduit au résultat cherché est différent.

La rotation totale du compteur peut se faire en avant ou en arrière, suivant le cas, c'est-à-dire que l'indication finale du compteur peut être supérieure ou inférieure à la 1re lecture.

a) Lorsque le premier cas se présente on ajoute la différence des lectures au nombre de 5 chiffres gravés sur le petit poids. Puis on multiplie le résultat par le facteur 0,1 afin d'obtenir l'aire en centimètres carrés :

Exemple. Détermination de l'aire d'un cercle de 50 cm de diamètre.

La première lecture étant 3438, on obtiendra comme seconde lecture 7922. On aura alors :

Seconde lecture	7922	
Première lecture	3438	
Différence	4484	
Constante gravée sur le poids .	15153	(Ce nombre n'est pas identique
Somme	19637	pour tous les instruments).

Résultat : $19637 \times 0{,}1 = 1963{,}7$ cm².

b) Lorsque le second cas se présente et que la rotation totale du compteur s'effectue en arrière, il faut soustraire la différence des lectures de la constante gravée sur le poids.

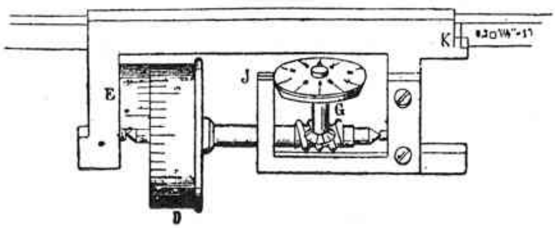
Exemple. Détermination de l'aire d'un rectangle de 60×20 cm.

La première lecture étant 3438, on obtiendra comme seconde lecture 0285 et on observera que la rotation totale se fait en arrière.

On aura donc :	Première lecture.	3438
	Seconde lecture	0285
	Différence . .	3153
On calculera enfin :	Constante gravée sur le poids .	15153
	à retrancher	3153
	Différence . .	12000

Résultat : $12000 \times 0{,}1 = 1200$ cm².

Lecture du compteur. Chaque lecture du compteur donne 4 chiffres. On lit les milliers sur le cadran, les centaines et les dizaines sur la roulette et les unités sur le vernier. La lecture de la figure ci-contre qui représente le compteur complet avec le vernier serait par exemple 5343. La division du vernier qu'on doit lire dans le cas présent est la troisième parce que c'est celle qui se trouve exactement en regard d'un trait de la roulette ou du moins qui s'en trouve



la plus voisine Lorsque le point zéro de la roulette se trouve placé en face de celui du vernier, un des traits du cadran doit se trouver en regard du repère. Dans le fonctionnement du compteur, cette coïncidence ne se produit pas toujours exactement, on doit alors faire la lecture comme celle de l'heure sur une horloge quand l'aiguille des minutes se trouve sur midi et que celle des heures ne tombe pas exactement sur le chiffre de l'heure véritable.

Pour faire exactement la lecture du compteur du commencement à la fin, il faut observer combien de fois et dans quel sens le point zéro du cadran franchit le repère fixe. Si la rotation finale s'est produite en avant, ce qui sera toujours le cas, lorsque l'aiguille E est placée à l'extérieur de la figure, on compte 10000 pour chaque passage du zéro au repère et l'on ajoute autant de fois 10000 à la lecture finale.

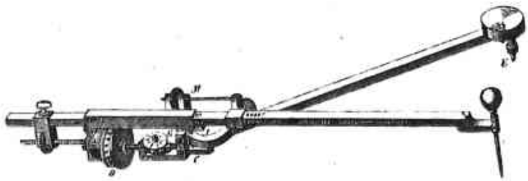
Si, au contraire, la rotation finale se produisait en arrière, ce qui peut seulement arriver quand l'aiguille E est placée à l'intérieur de la figure, il faudrait ajouter le même nombre de fois 10000 à la lecture initiale avant de faire la différence entre les deux lectures.

Avant ou après le mesurage exact, il convient de suivre tout-à-fait superficiellement le contour de la figure avec le traçoir pour s'assurer de la grandeur approximative et du sens de la rotation totale du compteur. En effectuant ce parcours rudimentaire on dirige le regard plutôt vers le compteur que vers le traçoir.

Pour arriver à une exactitude complète on doit renouveler le mesurage au moins une fois.

Il convient d'éviter, autant que possible, de toucher la roulette avec les doigts. Il ne faut donc pas placer la roulette au zéro avant de fixer l'instrument au départ sur le contour d'une figure ; ce serait outre une grande perte de temps un procédé plus incertain que la lecture du compteur tel qu'il est accidentellement.

Planimètre Polaire Syst. Amsler à cinq échelles



La plus grande figure qui puisse être mesurée en une fois avec ces deux instruments est un cercle de 0^{m}62 de diamètre (1).

Il permet d'obtenir les mesures directes des surfaces dessinées aux échelles :

1/200^{e} 1/250^{e} 1/400^{e} 1/500 1/1000^{e}

et par suite, toutes les échelles dérivées par un simple déplacement de la virgule :

1/2000^{e} 1/2500^{e} 1/4000^{e} 1/5000^{e} 1/10000^{e}

Avant de mesurer une figure, on fait glisser la tige divisée dans la coulisse portant la roulette afin de faire coïncider une division convenable avec le repère fixe *J*. On place le planimètre sur le dessin, et on procède alors exactement comme il a été expliqué pour les planimètres à une seule échelle; il faut cependant multiplier la différence des lectures par le facteur gravé sur la tige à droite de la division, et dans le cas ou l'aiguille *E* a été placée à l'intérieur de la figure, on se sert de la constante additionnelle gravée au dessus de la division sur la face supérieure de la tige.

La tige est marquée comme il suit.

20687	20656
10 ☐ m 1 : 1000	2 ☐ m 1 : 500
0,4 ☐ m 1 : 200	0,5 ☐ m 1 : 250

1 ☐ m 1 : 400	5 ☐ m 1 : 1000	1 ☐ m 1 : 500

Les constantes additionnelles 20687 et 20656 diffèrent un peu pour les divers instruments.

Exemple d'emploi. Détermination de l'aire d'un cercle de 100 m de diamètre tracé à l'échelle de 1 : 500.

(Ce cercle mesure, sur le dessin, 20 cm de diamètre.)

Sur la tige du planimètre, il y a deux divisions correspondant à l'échelle de 1 : 500. On choisira celle qui permet de suivre la circonférence du cercle

(1) Ce modèle se construit en maillechort sous le N° 1087 du Catalogue H. MORIN.

lorsque l'aiguille est fixée en dehors de ce cercle.

Ce sera la division marquée de | 2 □ m 1 : 500 / 0.5 □ m 1 : 250 | à laquelle on ajustera le repère de la coulisse.

Supposons que la lecture initiale étant 8219, on obtienne comme seconde lecture le nombre 2146 auquel nous avons à ajouter 10.000 (voir page 23) On aura :

Seconde lecture complète . . .	12146
Première lecture	8219
Différence. .	3927

$$3927 \times 2 = 7854 \text{ m}^2$$

Si le cercle de 20 cm représentait une aire à l'échelle de 1 : 250, le résultat serait dans le cas de cette échelle :

$$3927 \times 0,5 = 1963,5 \text{ mètres carrés}$$

Si les dimensions de la figure à mesurer avaient permis de mettre la coulisse sur la division marquée de 1 □ m 1 : 500 on aurait choisi cette dernière de préférence.

Exemple. Détermination de l'aire d'un carré de 400 × 400 mètres tracé à l'échelle de 1 : 1000.

(Ce carré mesure sur le dessin 40 × 40 cm.)

On choisira la division marquée de | 10 □ m 1 : 1000 / 0,4 □ m 1 : 200 | pour le réglage de la tige dans sa coulisse et on placera l'aiguille *E* à l'intérieur du carré.

Supposons que la lecture initiale étant 7321, on ait comme lecture finale 2634, en observant que la rotation finale se produit en arrière : on aura :

Première lecture. . . .	7321
Seconde lecture	2634
Différence. .	4687

On calculera enfin : Constante au dessus de la division. 20687

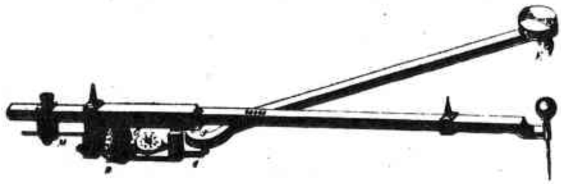
à retrancher. . . . 4687

16000

$$\text{Résultat : } 16000 \times 10 = 160000 \text{ mètres carrés.}$$

Si le carré de 40 × 40 cm représentait un carré à l'échelle 1 : 200, l'aire serait $16000 \times 0,4 = 6400$ mètres carrés

Planimètre Polaire Syst. Amsler pour mesures ordinaires et pour les diagrammes de Watt



Ce planimètre est semblable au planimètre ci-dessus à 5 échelles, mais il porte deux pointes qui servent en outre à déterminer sans calcul les ordonnées moyennes de l'indicateur de Watt. (1)

Pour les opérations ordinaires il peut mesurer un cercle de $0^{m}62$ de diamètre.

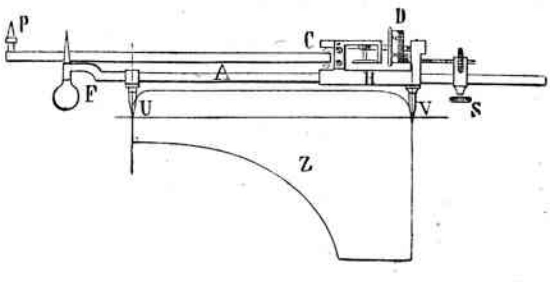
Il peut en outre mesurer les diagrammes variant de 5 à 28 cm de longueur.

Il s'emploie exactement comme le planimètre à 5 échelles pour mesurer l'aire d'une figure quelconque.

Les échelles et facteurs marqués sur ce planimètre sont les suivantes :

0.1 ☐ cm 40 ☐ cm 1 : 20	200 ☐ cm 1 : 50 50 ☐ cm 1 : 25	100 ☐ cm 1 : 40
0,05 ☐ cm 500 ☐ cm 1 : 100	100 ☐ cm 1 :50	

Pour la détermination de l'ordonnée moyenne d'un diagramme les divisions marquées sur la tige portant le traçoir ne sont pas utilisées. L'écartement des deux pointes fixées au dessus de la coulisse et de la tige divisée doit être réglé suivant la longueur du diagramme. Pour faire ce réglage on renverse l'instrument et on fait toucher les deux pointes à la feuille du diagramme ; en faisant glisser la tige dans la coulisse on arrive facilement à prendre le dia-



gramme entre les pointes de manière que leur écartement soit exactement égal à la longueur du diagramme.

Ceci fait, on remet le planimètre sur le dessin pour mesurer l'aire du diagramme En plaçant la pointe *E* il faut avoir soin de vérifier que la roulette

(1) Ces instruments se construisent en maillechort sous le N° 1089 du Catalogue H. MORIN, pour le modele sans vis auxiliaire et sous le N° 1090 pour le modèle avec vis auxiliaire ci-après.

ne marche pas dans une direction oblique sur le bord de la feuille du diagramme.

On obtiendra alors la longueur de l'ordonnée moyenne en millimètres en multipliant la différence des lectures par le facteur 0,06

Exemple:	Seconde lecture	3767
	première lecture	3336
	différence.	431

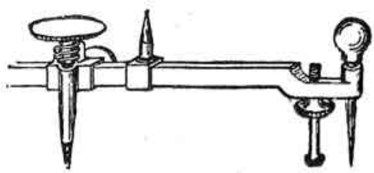
La longueur de l'ordonnée moyenne est de $431 \times 0{,}06 = 25{,}86$ mm.

Pour en déduire la pression moyenne, il faut connaitre l'échelle du ressort de l'indicateur. Si l'échelle du ressort était 12 mm par kg/cm². on obtiendrait:

$$\text{Pression moyenne} = \frac{25{,}86}{12} = 2{,}155 \text{ kg/cm}^2.$$

Il est évident que le réglage de la tige divisée dans sa coulisse reste le même pour tous les diagrammes de même longueur et qu'il ne faut faire cette opération qu'une seule fois pour cette série de diagrammes.

Vis auxiliaire pour soulever le traçoir



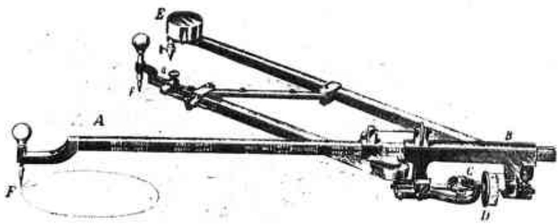
La vis auxiliaire (voir la figure ci-contre) est très pratique quand on doit évaluer un grand nombre de diagrammes de même longueur. Pendant qu'on suit avec le traçoir le contour du diagramme la pointe de cette vis doit être soulevée du papier. Avant de remplacer le diagramme par un autre on baisse la vis auxiliaire afin de dégager du papier la pointe du traçoir, on enlève le diagramme mesuré et on en glisse un autre à sa place; ceci fait, on baisse le traçoir de nouveau. Il est évident que par ces opérations la position de la roulette n'est pas modifiée et que, par conséquent, la lecture finale relative au premier diagramme peut servir de lecture initiale pour l'évaluation du diagramme suivant. Il en résulte que pour chaque diagramme consécutif il ne faut faire qu'une seule lecture.

Grand Planimètre Polaire syst Amsler à 5 échelles (1)

Ce modèle est en tous points semblable aux planimètres à 5 échelles dont il ne diffère que par les dimensions. Il permet de mesurer en une seule fois un cercle de 1m08 de diamètre. Son emploi est par suite recommandé pour évaluer des figures très étendues

---

Planimètre polaire syst. Amsler à deux traçoirs pour figures grandes et petites (2)



Ce planimètre peut servir indifféremment à l'évaluation des figures grandes ou petites.

La plus grande figure qui puisse être mesurée en une fois avec cet instrument est un cercle de 100 cm de diamètre.

C'est l'appareil employé de préférence dans les travaux cadastraux.

Pour mesurer les figures de dimensions considérables on fait coïncider une division convenable de la tige *A* avec le repère fixe sur la coulisse *B*. Pour réaliser cette coïncidence on tient la tige *A* dans la main droite et avec la main gauche on fait glisser la coulisse *B* avant de placer le parallélogramme sur l'aire à mesurer.

Le mesurage se fait alors exactement comme avec les planimètres à 5 échelles en suivant le contour de la figure avec le traçoir *F*. Dans ce cas le petit traçoir *f* ne sert à rien, il convient même de l'enlever afin qu'il ne gêne pas.

Au contraire, pour les figures très petites, il n'est pas nécessaire d'ajuster la tige *A*. On fait coïncider une division convenable de la tige *A* avec l'extrémité de son tube, puis on fait parcourir le contour de la figure par le traçoir *f* en conduisant le traçoir *F* à la main et en observant la marche de la pointe *f*. Cette opération se fait très aisément et exactement puisque la pointe *F* fait un parcours qui est à peu près semblable à celui de la pointe *f*; il convient aussi de marquer le point de départ de la pointe *F* et non pas celui de la pointe *f*.

(1) Ce modèle se construit en maillechort sous le N° 9914 du Catalogue H. MORIN.

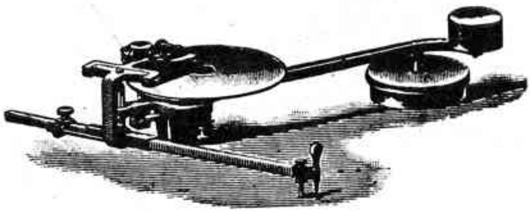
(2) Le Planimètre à deux traçoirs se construit en maillechort sous le N° 1088 du Catalogue H. MORIN.

L'aire de la figure se déduit alors exactement comme il a été expliqué pour les planimètres à 5 échelles. Comme facteur, il faut prendre le chiffre correspondant gravé sur la tige *a*.

Le petit traçoir n'est naturellement pas prévu pour servir avec le pôle à l'intérieur ; sont bras ne porte donc pas de constante additionnelle.

Au moyen de ce planimètre on peut mesurer les petites figures comme les plus grandes avec le même degré de précision.

Planimètre polaire syst. Amsler à disque tournant



La plus grande figure qui puisse être mesurée en une fois avec cet appareil est une surface annulaire limitée extérieurement par un cercle de 79 cm de diamètre et intérieurement par un cercle concentrique de 33 cm de diamètre.

L'instrument tourne sur un joint sphérique logé dans le plateau massif qu'on voit à droite dans la figure : Un galet conique, roulant sur la surface du dessin et engrenant dans une roue dentée montée sur l'axe du disque, fait tourner celui-ci lorsqu'on suit le contour d'une figure avec le traçoir.

Le disque est recouvert d'un carton bristol sur lequel la roulette se meut. La tige portant le traçoir commande la direction du porte-roulette. Cette tige est pourvue de divisions correspondant à différentes échelles.

Pour mesurer l'aire d'une figure, on ajuste la tige dans sa coulisse, puis on place le plateau massif sur le dessin à un endroit tel que le traçoir puisse parcourir le contour de la figure. Le mesurage se fait alors exactement comme avec les planimètres polaires ordinaires.

Pour monter un carton neuf sur le disque tournant, il suffit d'enlever l'écrou placé au centre du disque.

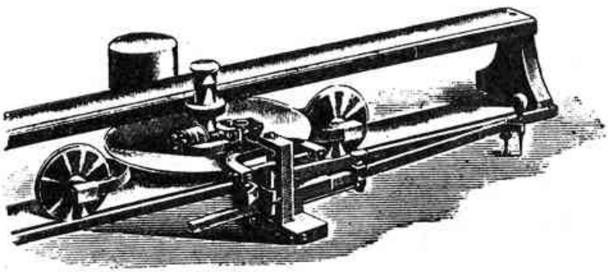
Les avantages de ce modèle résident dans l'amplification des indications du compteur et dans l'indépendance de l'action de la roulette par rapport à l'état de la surface du dessin.

---

(1) Ce modèle se construit en laiton sous le N° 1091 du Catalogue H. MORIN.

Grand Planimètre linéaire syst. Amsler à disque tournant

La plus grande figure qui puisse être mesurée en une fois avec cet appareil est un rectangle de 50 cm de long sur 23 cm de large.



L'instrument est monté sur un chariot dont les deux roues marchent dans la rainure du rail inférieur. Un pignon fixé sur l'axe du disque engrène dans une crémaillère taillée dans le bord du rail supérieur. Le contrepoids, visible derrière le rail supérieur, presse le pignon contre la crémaillère. Lorsque le chariot marche, le pignon roulant sur la crémaillère fait tourner le disque. La roulette repose sur le disque qui est recouvert d'un carton bristol. La tige portant le traçoir commande la direction du porte-roulette. Pour faciliter la lecture le compteur (dont les indications sont très grandes) est pourvu de deux cadrans au lieu d'un seul. La lecture sera donc un nombre de 5 chiffres.

Pour mesurer l'aire d'une figure on ajuste la tige dans sa coulisse et on fait glisser les rails avec l'instrument dans une position telle que le traçoir puisse parcourir le contour de la figure.

Le mesurage se fait exactement comme avec les planimètres polaires courants.

Pour monter un carton neuf, on renverse d'abord le porte-roulette puis on dégage le disque de son pivot. Il faut ensuite dévisser à la main l'écrou situé au-dessous du disque puis le disque lui-même : le carton s'introduit entre la portée du moyeu et le disque.

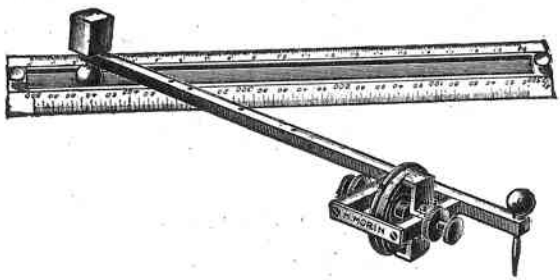
L'avantage du planimètre linéaire réside dans l'amplification des indications du compteur, l'indépendance absolue de l'action de la roulette et du disque tournant, par rapport à l'état de la surface du dessin et par conséquent dans une plus grande exactitude que celle qu'il est possible d'atteindre avec tous les autres modèles.

---

(1) Ce modèle se construit en laiton sous le N° 1098 du Catalogue H. MORIN.

Planimètre Glissant compensateur (1)

Le Planimètre Glissant compensateur Bernard comprend une tige intégrante, une roulette intégrante et une glissière.



La tige intégrante est percée de 6 trous, dont 5 sont numérotés. Chacun d'eux peut recevoir le curseur ou le traçoir qui sont de forme et de dimensions identiques. Suivant les positions respectives occupées par ces deux pièces mobiles, la longueur de la tige intégrante est de 200, 160, 150, 125 ou 100 millimètres.

Le traçoir se visse dans la tige, la pointe tournée du côté de la surface à mesurer. Le curseur se visse, au contraire, de manière que sa partie sphérique se trouve du même côté de la tige que la pointe du traçoir. La sphère du curseur se place dans la rainure de la glissière et sa pointe tournée vers le haut, est coiffée d'une masselotte percée suivant son axe principal. Cette masselotte a pour effet d'assurer par son poids l'adhérence parfaite de la sphère et de la glissière.

A la tige intégrante sont fixés deux bras, reliés du côté opposé à la tige par une traverse. C'est dans ces deux bras que s'enfoncent les vis supportant les pivots de la roulette. Sur l'un d'eux sont disposés les verniers, au nombre de deux, l'un au-dessus, l'autre au-dessous du bras.

La roulette intégrante, dont l'axe est parallèle à celui de la tige intégrante, est telle que la circonférence du bourrelet flotteur est de 100 millimètres. Elle est divisée (avec vernier au 1/10e) en 2.000 divisions. Chacune d'elles vaut donc un vingtième de millimètre.

(1) Ce modèle se construit en maillechort sous le N° 9876 du Catalogue H. MORIN.

La glissière n'est autre chose qu'une règle graduée à section trapèzoïdale creusée, à sa partie supérieure, d'une rainure longitudinale parallèle à son axe. Cette glissière porte 4 divisions : deux sur les faces du biseau (échelle métrique et échelle 1/2500e) et deux sur les bords de la face inférieure (échelle 1/2000e et échelle 1/5000e) (1)

Grâce à deux vis munies de pointes d'acier qui s'enfoncent aux extrémités de la glissière, celle-ci peut être disposée d'une manière immuable au voisinage de la surface à mesurer. Lorsque ces deux vis sont enlevées ou suffisamment dévissées pour que les pointes d'acier ne dépassent pas la surface plane inférieure de la glissière, celle-ci se trouve transformée en une règle graduée pouvant être utilisée pour rapporter un plan à l'une des échelles qu'elle porte.

Diverses positions que peut occuper l'instrument

L'instrument peut occuper à la volonté de l'opérateur, 4 positions par rapport à la surface à mesurer. Elles sont représentées par les figures 1, 2, 3 et 4.

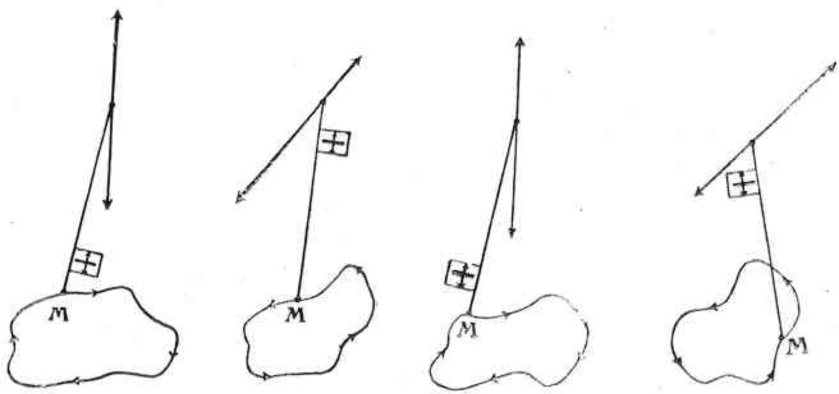


Fig. Fig. 2 Fig. 3 Fig. 4

Lorsque la pointe du traçoir décrit le périmètre de la surface dans le sens indiqué par les flèches, les nombres lus sur la roulette vont en croissant. Ils décroissent dans le cas contraire.

Mode général d'emploi. — On dispose tout d'abord la glissière au voisinage de la surface à mesurer et on la fixe en appuyant sur les deux vis à pointes dont elle est pourvue. Puis on place le traçoir dans les trous correspondant à la fois à la longueur de la tige intégrante et à la position de l'instrument que l'on aura choisies.

La sphère du curseur étant disposée dans la glissière et sa pointe coiffée de sa masselotte, on place la pointe du traçoir en un point M du périmètre. A

(1) Un modèle spécial a été établi au même prix pour les Services de la Révision foncière. La division 1/2000e est remplacée par une division à échelle 1/1250.

ce moment on lit sur la roulette, en s'aidant du vernier, le nombre correspondant à sa position initiale.

Avec la pointe du traçoir, on décrit le périmètre.

Soit : a en vingtièmes de $^m/_m$, l'arc de roulement pour un périmètre.

s la surface à mesurer, en $^m/_m{}^2$

S la surface en m² représentée à l'échelle $\frac{1}{e}$ par la surface s en $^m/_m{}^2$.

L la longueur du bras polaire, en $^m/_m$.

On a :

$$s = L\,\frac{a}{20}$$

$$\text{et } s = \frac{S.\ 10^6}{e^2}$$

D'où

$$\frac{S.\ 10^6}{e^2} = \frac{L\,a}{20}$$

$$S = \frac{e^2}{10^7} \cdot \frac{L}{2}\,a = K\,a$$

Le tableau du couvercle de l'écrin donnant K pour diverses valeurs de e et de L, permettra d'obtenir directement en m² la surface cherchée, après avoir lu l'arc de roulement (1).

Nota. Pour diminuer les erreurs de manipulation, on fait parcourir à la pointe, n fois le périmètre et on divise par n l'arc total de roulement ainsi trouvé.

Exemple. — Supposons, que l'on veuille évaluer en mètres carrés une surface représentée à l'échelle 1/2000^e, le curseur étant placé dans le trou nº 2.

Soit 2025 le nombre de vingtièmes de millimètres correspondant à la position qu'occupe la roulette lorsque le traçoir est à son point de départ M.

Soit 8730 le nombre que l'on lit lorsque le traçoir est revenu à son point de départ après avoir fait 4 révolutions dans le sens où les nombres croissent.

La différence 6705 est égale à l'arc de roulement total.

Le cœfficient donné par le tableau dont il vient d'être question pour le trou Nº 2 et l'échelle 1/2000^e est: $\frac{6.4}{n}$, c'est-à-dire puisque $n = 4$, $\frac{6.4}{4} = 1.6$.

(1) Ce tableau collé à l'intérieur du couvercle de l'écrin, donne les coefficients à appliquer pour les surfaces dessinées aux échelles : 1/1000^e, 1/1250^e, 1/2000^e, 1/2500^e, 1/4000^e et 1/5000^e.

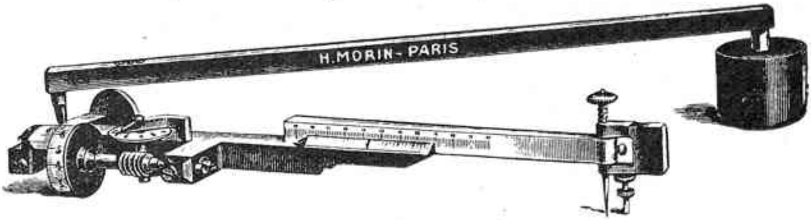
On a par suite :

$$\text{Surface en mètres carrés} = 6.705 \times 1.6 = 10.728 \text{ m}^2$$

On eût opéré de la même manière si le traçoir avait parcouru le périmètre dans le sens des nombres décroissants, mais alors l'arc de roulement eût été obtenu en retranchant la deuxième lecture de la première.

Planimètres compensateurs (1)

Planimètre compensateur syst. Coradi pour une seule échelle (1)



La longueur du bras polaire est de 0^m19. La pièce portant le traçoir est en maillechort et divisée en 1/2 m/m. Un index qui indique la longueur de la tige motrice doit toujours se trouver en regard de la division notée sur une table que comporte l'écrin.

Le bras polaire étant relié au planimètre au moyen d'un pivot à sphère peut suivre deux fois le contour de la surface à mesurer, une fois avec le pôle à gauche de la branche principale et une autre fois avec le pôle à droite ce qui évite toute erreur pouvant provenir d'une position anormale de l'axe de la roulette intégrante.

Il n'est pas nécessaire d'enfoncer l'aiguille du poids dans le papier, car ce poids suffit pour assurer la stabilité de l'instrument.

Les opérations sont, en principe, les mêmes que celles déjà décrites pour les planimètres polaires ordinaires.

1er Cas. Le pôle est à l'extérieur de la figure à mesurer.

Soit à planimétrer un cercle de 20 cm de diamètre à l'échelle de 1/1000e.

Seconde lecture	6723
Première lecture	3581
Différence	3142

Le facteur indiqué étant de 10 m/m², le résultat sera 3142 × 10 m/m² = 31420 m/m² ou 314 cm² 2

2me Cas. Le pôle est à l'intérieur de la figure à mesurer.

Soit à planimétrer un rectangle de 60 × 20 cm. Le contournement sera fait dans le sens des aiguilles d'une montre.

La constante indiquée par l'appareil étant par exemple de 19258 il faut l'ajouter à la 2me lecture.

Constante 19258 + 2me lecture 8431 =	19689
1re lecture	7689
Différence	12000

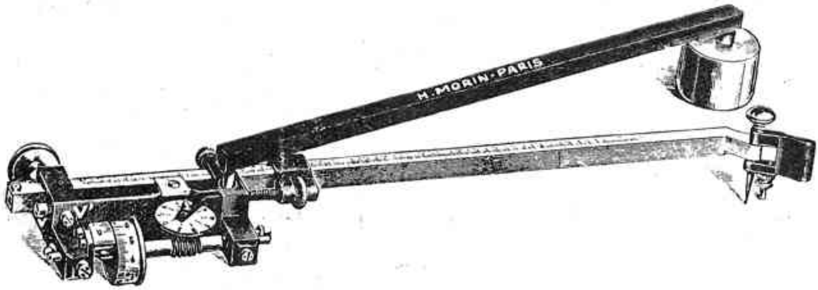
Le facteur étant 10 m/m 2 le résultat sera 12000 × 10 m/m 2 = 1200 cm²

(1) Il est à noter que les planimètres compensateurs ci-après, sont tous construits avec un support auprès du traçoir et comportent dans l'étui la réglette de contrôle.

(2) Ce modèle est construit en laiton sous le N° 9728 du Catalogue H. MORIN.

Planimètre compensateur syst. Coradi à plusieurs échelles (1)

avec dispositif permettant la correction du parallélisme de l'axe de la roulette et de la tige motrice



Dans ce modèle, la tige motrice de 22 cm. de longueur est entièrement divisée en m/m.

Une table collée dans l'écrin, donne la longueur de la tige motrice pour les échelles suivantes : 1/1000e, 1/500e, 1/250e, 1/2500e, 1/1250e 1/4000e, 1/2000e, 1/3000e 1/5000e, 1/1500e.

Cette longueur s'obtient en faisant glisser la tige dans ses coulisses et en l'arrêtant quand l'index à vernier est en regard de la division correspondante.

En regard de chaque échelle la table donne le facteur correspondant et la constante additionnelle à employer lorsque le pôle est à l'intérieur de la figure à contourner.

Les opérations sont les mêmes que pour le planimètre compensateur à un vernier, en tenant compte que, suivant l'échelle du dessin, il faut donner à la tige motrice la longueur indiquée.

Ce modèle permet en outre d'assurer une précision constante aux opérations même après un long usage par suite des rectifications que l'opérateur peut faire lui-même à son appareil. (Ce dispositif est caractérisé par les 2 vis *v* et *v'* de la figure).

(1) Ce modèle est construit en laiton sous le N° 9730 du Catalogue H. MORIN.

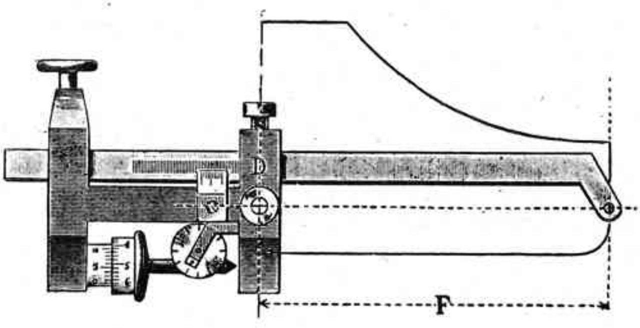
Planimètre compensateur syst. Coradi à plusieurs échelles

et bras polaire de longueur variable (1) avec correction de parrallélisme

L'addition du bras polaire variable au planimètre ci-dessus, permet de ramener la constante additionnelle au chiffre rond de 20.000 loisque le pôle est à l'intérieur du plan à mesurer.

La longueur du bras polaire est indiquée dans le tableau que comporte chaque appareil.

Planimètre syst. Coradi pour diagrammes (2)



Ce modèle semblable à celui à plusieurs échelles et à dispositif pour la correction du parallélisme de l'axe de la roulette et de la tige motrice permet en outre la mesure directe des diagrammes.

Pour cela le coussinet sphérique du pôle comporte un trou central. Il suffit pour le réglage d'enlever le bras polaire de son logement et de faire glisser la tige motrice jusqu'à ce que la distance entre la pointe du traçoir et le pôle corresponde à la longueur du diagramme.

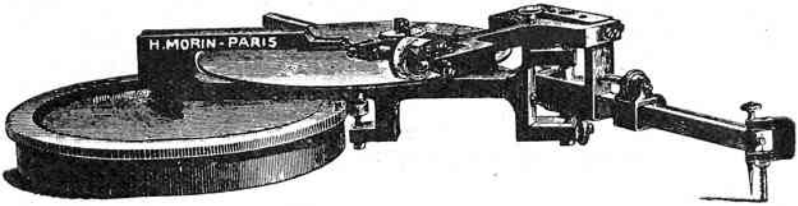
En bloquant la tige motrice à cette longueur *F* le résultat de la mesure multiplié par le facteur 0,6 donne la hauteur moyenne du diagramme.

---

(1) Ce modèle à bras polaire variable porte le N° 9730 bis du Catalogue H. MORIN

(2) Le planimètre compensateur pour diagramme porte le N° 9732 du Catalogue H. MORIN

Planimètre syst. Coradi à Grand disque denté [1]

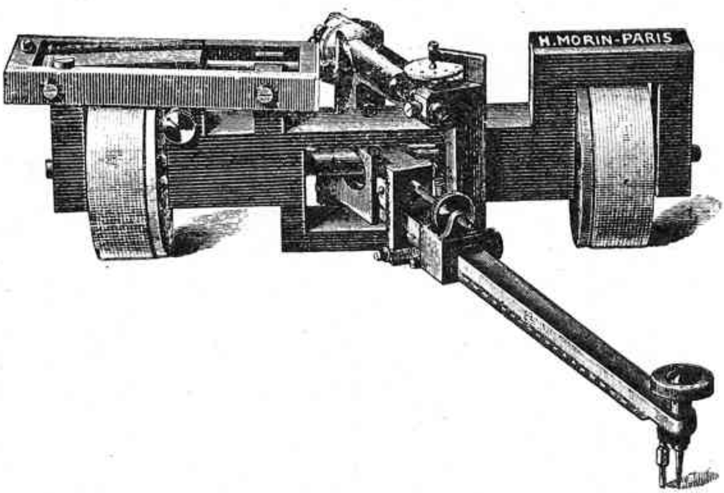


Dans ce modèle le planimètre proprement dit tourne directement autour d'un large disque polaire de 0^m15 de diamètre par l'intermédiaire d'une roue dentée à très fine denture.

La roulette de support et le traçoir sont les deux points qui seuls touchent au plan de sorte que les résultats ne sont pas affectés par les inégalités de la surface du plan lorsqu'on a eu soin de placer le disque polaire bien horizontalement.

Le bras polaire a 0^m17 de longueur et le bras moteur 0^m30. Un mécanisme micrométrique permet de régler les longueurs du bras suivant les divisions indiquées pour chaque échelle.

Planimètres Roulants syst. Coradi à sphère



Ces instruments reposent sur le plan par trois points : les deux rouleaux montés sur un axe horizontal et le traçoir.

Les rouleaux transmettent leur développement à un segment de sphère

(1) Ce modèle est construit sous le N° 9734 du Catalogue H. MORIN

enchassé sur l'axe horizontal. Ce segment de sphère transmet son mouvement à la roue intégrante dont l'axe reste parallèle au bras moteur.

Le cylindre enregistreur n'exécutant que des mouvements roulants sur une calotte sphérique le résultat du déroulement est entièrement indépendant du glissement ce qui donne à l'instrument une précision absolue.

Ces Planimètres se construisent en 4 modèles [1]

Dans les deux premiers l'axe des rouleaux a 12 cm 1/2 de longueur.

Le bras moteur a 0^m20 pour l'un des types et 0^m40 pour l'autre.

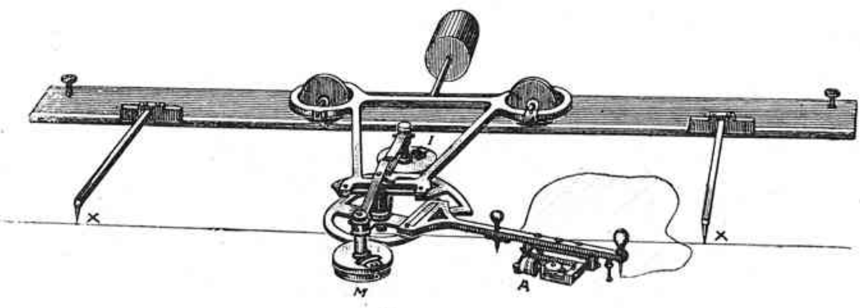
Dans les deux derniers modèles l'axe des rouleaux a 16 cm de longueur.

Le bras moteur a 0^m30 pour l'un des types et 0^m50 pour l'autre.

Avec le plus grand de ces planimètres on peut contourner en une seule opération une figure de 0^m50 de largeur soit une longueur quelconque, résultat qu'on ne peut obtenir avec aucun autre instrument.

Intégrateurs Mécaniques

Système Amsler



Les intégrateurs servent à mesurer :

1° L'aire d'une surface plane $\int y\, dx = A$

2° Le moment statique $1/2 \int y^2\, dx = M$

3° Le moment d'inertie $1/3 \int y^3\, dx = I$

Ils permettent également de déterminer le volume et le centre de gravité des corps de révolution.

Mode d'emploi. - On place la règle sur le dessin à mesurer et on pose les réglettes de façon que les biseaux des talons soient dans la rainure de la règle, les pointes des réglettes touchant le dessin.

(1) Ces appareils portent au Catalogue H. MORIN les N°s 9735 et 9736 pour les modèles de 0^m125 de longueur d'axe et les N°s 9737 et 9738 pour ceux dont l'axe des rouleaux a 0^m16.

On déplace la règle jusqu'à ce que les pointes viennent se poser sur l'axe des moments $X\ X$, c'est-à-dire sur la ligne à laquelle on veut rapporter le moment statique et le moment d'inertie. La règle se trouve alors à la distance voulue et parallèle à cet axe.

On place ensuite l'instrument de telle manière que les galets du chariot viennent se poser dans la rainure de la règle pendant que les roulettes des compteurs posent sur le papier. Enfin on dispose le contrepoids à sa place en arrière du chariot.

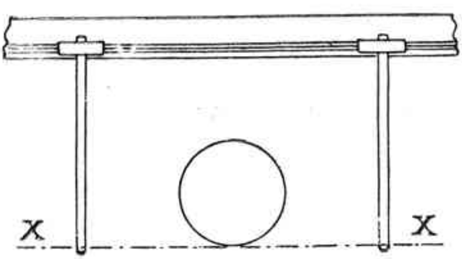
On marque un point quelconque sur le contour de la figure à mesurer et l'on place sur ce point le traçoir fixe de l'extrémité du levier. On fait alors la lecture des trois compteurs et l'on note les nombres trouvés ; puis on suit le contour de la figure avec le traçoir dans le sens du mouvement des aiguilles d'une montre. Lorsque celui-ci est revenu au point de départ, on fait de nouveau la lecture des compteurs et l'on inscrit les nombres observés au-dessus des premiers qui leur correspondent. En retranchant ces chiffres deux à deux on obtient trois différences qui sont les rotations effectuées par les compteurs respectifs.

La rotation du compteur A sera représentée par a.
Celle du compteur M sera représentée par m
et celle du compteur I sera représentée par i.

Ces 3 valeurs a, m, i permettent de calculer l'aire, le moment statique et le moment d'inertie au moyen de formules qui sont variables suivant le modèle d'instrument. Avec l'intégrateur moyen modèle les formules à appliquer, lorsqu'on utilise le traçoir fixe, sont les suivantes :

Aire	$A = 0.1\ a$
Moment statique	$M = 0.6\ m$
Moment d'inertie	$I = 10\ a - 4\ i$

Exemple



Soit une circonférence de 10 cm de diamètre dont on veut déterminer l'aire, le moment statique et le moment d'inertie par rapport à la tangente $X\ X$.

Avant de suivre le contour de la figure avec le traçoir fixe comme il a été dit, on relève les chiffres des compteurs.

Soit : 3271 la première lecture sur le compteur A.
1427 la première lecture sur le compteur M.
8843 la première lecture sur le compteur I.

Après le parcours de la circonférence on trouve :

4056 comme deuxième lecture du compteur *A*.

2081 comme deuxième lecture du compteur *M*.

0192 comme deuxième lecture du compteur *I*.

On inscrit les nombres trouvés dans l'ordre suivant :

	A	*M*	*I*
Deuxièmes lectures	4056	2081	10192
Premières lectures	— 3271	— 1427	— 8843
Différences	$a =$ 785	$m =$ 654	$i =$ 1349

On en déduit :

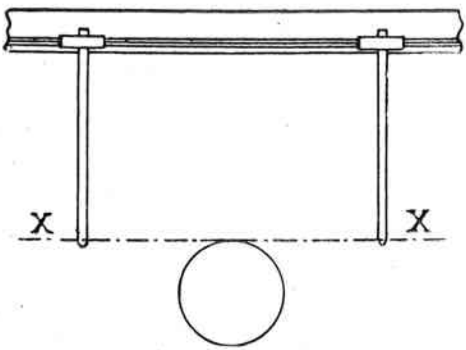
Aire $A = 0.1\,a$ ou $0.1 \times 785 = 78$ cm² 5

Moment statique $M = 0.6\,m$ ou $0.6 \times 654 = 392.4$ cm × cm²

Moment d'inertie $I = 10\,a - 4\,i$ ou $10 \times 785 - 4 \times 1349$

$= 2454$ cm² × cm².

Si l'on avait placé le cercle en dehors de la ligne $X\,X$ on aurait obtenu, en supposant les lectures au point de départ identiques à celles de l'exemple précédent :



	A	*M*	*I*
Premières lectures	4056	0773	10192
Deuxièmes lectures	— 3271	— 1427	— 8843
Différences	$a =$ 785	$m =$ 654	$i =$ 1349

Les compteurs *A* et *I* donnent les mêmes rotations que précédemment. Le compteur *M* tourne pareillement, mais en sens inverse : sa rotation peut être par suite considérée comme grandeur négative.

La rotation totale du compteur *A* est constamment positive en avant ; celle du compteur *M* est tantôt positive et tantôt négative suivant que la partie prépondérante de la figure se trouve entre la règle et l'axe des moments ou en dehors du dit axe. On reconnait donc, d'après la rotation positive ou négative du compteur *M*, si le centre de gravité de la figure mesurée se trouve entre l'axe statique et la règle, ou en dehors de l'axe statique.

La rotation du compteur est positive dans les cas les plus fréquents. Sa rotation totale n'est négative qu'autant que le contour entier de la figure est à une grande distance de l'axe des moments.

Il faut alors dans la formule pour le calcul de I ajouter le deuxième terme, au lieu de le soustraire.

Il est recommandé de suivre tout à fait superficiellement le contour d'une figure avec le traçoir, avant le mesurage exact, pour s'assurer de la grandeur approximative et du sens des rotations des compteurs.

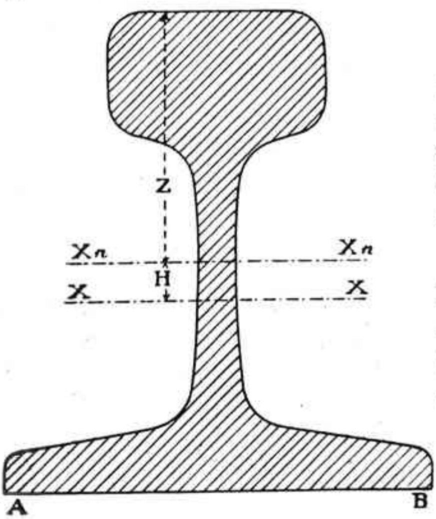
NOTA. - Outre le traçoir fixe, il existe sur le bras de l'intégrateur un deuxième traçoir qui est mobile et qui est approprié au mesurage des figures dont le développement transversal est petit. Il est utile, quand c'est possible, de suivre le contour des figures avec le traçoir mobile, parceque l'on obtient ainsi de plus grandes rotations des compteurs et par suite des résultats plus exacts qu'avec le traçoir fixe.

Les formules employées avec le traçoir mobile sont les suivantes :

$$A = 0.05\ a$$
$$M = 0.15\ m$$
$$I = \frac{10\ a - 4\ i}{8}$$

a, m, i indiquant comme précédemment les rotations des compteurs.

EXEMPLE. - Calcul du moment de résistance d'un rail dessiné en grandeur naturelle.



On trace une ligne $X\ X$ à peu près parallèle à $A\ B$ et de telle manière que, lorsqu'on place la règle de l'intégrateur d'après $X\ X$, on puisse embrasser l'ensemble du profil du rail avec le traçoir mobile.

On dispose ensuite la règle le long de $X\ X$ que l'on prend comme axe des moments et l'on mesure l'aire et le moment statique du profil (on n'a pas besoin provisoirement du moment d'inertie).

Cette opération donne :

Compteur A		Compteur M	
6766	7328	7255	7404
— 6202	— 6766	— 7108	— 7255
562	564	147	148
Moyenne a = 563		Moyenne m = 147,5	

$$A = 0{,}05 \times 563 = 28{,}15 \text{ cm}^2$$
$$M = 0{,}15 \times 147{,}5 = 22{,}12 \text{ m}^3$$

La distance h de l'axe neutre $X_n X_n$ a la ligne $X X$ équivaut donc à

$$h = \frac{M}{A} = \frac{22{,}12}{28{,}15} = 0{,}786 \text{ cm.}$$

Si m était négatif, il en serait de même de M et de h. $X_n X_n$ se trouverait alors en-dessous de $X X$.

On trace donc la ligne $X_n X_n$ ainsi déterminée, on place de nouveau la règle suivant cette ligne et l'on mesure comme précédemment avec le traçoir mobile l'aire et le moment statique, et aussi le moment d'inertie. On trouve de cette façon

Compteur A		Compteur M		Compteur L	
8428	8890	7728	7728	8802	7392
— 7864	— 8428	— 7728	— 7728	— 7392	— 6751
564	562	0	0	630	631
Moyenne $a = 563$		Moyenne $m = 0$		Moyenne $i = 630{,}5$	

$$I_n = \frac{10 \times 563 - 4 \times 630{,}5}{8} = 388{,}5 \text{ cm}^4$$

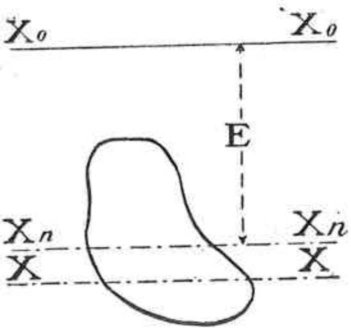
Les grandeurs a et m n'auraient pas besoin d'être mesurées, attendu que a prend la même valeur que précédemment et que m doit être nul, puisque l axe neutre est choisi pour axe du moment statique. Il est utile cependant de déterminer de nouveau a et m comme contrôle des opérations précédentes.

Sur la figure, on mesure la distance Z du point le plus éloigné à l'axe neutre. Dans le cas présent, on a $Z = 5$ cm 22.

Par suite le moment de résistance est

$$W = \frac{I_n}{z} = \frac{388{,}5}{5{,}22} = 74{,}4 \text{ cm}^3.$$

Si l'on doit mesurer une figure qui se trouve éloignée de l'axe des moments



$X_o X_o$ de telle façon que l'on ne puisse pas suivre le contour avec le traçoir, quand on installe la règle de l'intégrateur sur cet axe $X_o X_o$ on mène parallèlement une ligne $X X$ qui traverse la figure ; on la considère comme axe des moments permettant de mesurer a figure avec l'intégrateur, puis on détermine la position de l'axe neutre $X_n X_n$ comme dans l'exemple précédent et l'on mesure e moment d'inertie I_n par rappprt à $X_n X_n$

En représentant par E la distance des lignes $X_o X_o$ et $X_n X_n$ et par A l'aire de la figure, le moment statique M_0 et le moment d'inertie I_0 sont donnés par les formules :

$$M_0 = E\ A$$
$$I_0 = I_n + E^2\ A$$

On pourrait également déduire les valeurs de M_0 et de I_0 des valeurs obtenues par rapport à $X\ X$, mais ce moyen n'est pas recommandable à cause du peu de netteté et d'exactitude qu'il donne.

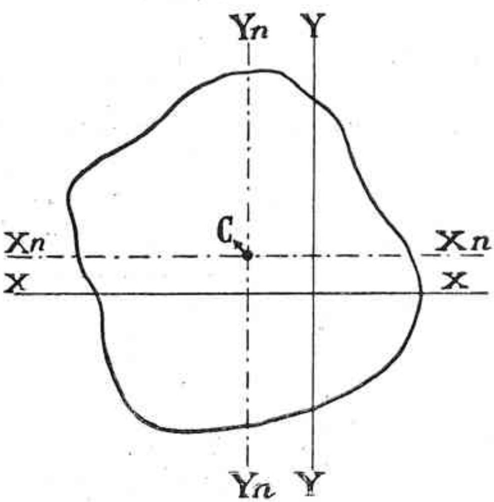
Si le cas se présente d'une figure trop grande pour qu'on ne puisse en suivre le contour d'une seule fois, on la divise au moyen de lignes supplémentaires en plusieurs parties et pour chacune on trace un axe des moments parallèle à celui pour lequel on veut obtenir le résultat final.

On détermine ensuite, pour chaque portion séparée de la figure, l'axe neutre parallèle à l'axe précédemment choisi, puis l'aire et le moment d'inertie par rapport à cet axe secondaire. On déduit ensuite par le calcul le moment statique et le moment d'inertie par rapport à l'axe primitif au moyen des formules suivantes.

$$M = E\ A \qquad I = I_n + E^2\ A$$

Puis finalement on fait la somme des aires partielles A, la somme des moments statiques M, et la somme des moments d'inertie I ; ces trois sommes sont l'aire, le moment statique et le moment d'inertie de la figure entière par rapport à l'axe primitivement adopté.

Si l'on a, dans la direction de l'axe des moments, une figure très étendue en longueur, comme par exemple, le plan des lignes d'eau d'un navire, on peut la partager par des lignes transversales de façon à mesurer chaque partie sur un seul et même axe ; l'opération est alors très facile, car le moment de la figure entière n'est autre chose que la somme des moments des parties mesurées séparément.



Détermination du centre de gravité d'une figure.

On trace deux lignes $X\ X$, $Y\ Y$ se coupant à peu près perpendiculairement sur la figure. On mesure la valeur de A et celle de M en premier lieu par rapport à $X\ X$, et ensuite par rapport à $Y\ Y$. On fait, après ces opérations, le calcul de la distance qui sépare l'axe neutre $X_n\ X_n$ de sa parallèle $X\ X$ d'après la formule

$$h = \frac{M}{A}$$

On calcule de même la distance de l'axe neutre $Y_n\ Y_n$ parallèle à $Y\ Y$ et l'on trace sur la figure les deux lignes $X_n\ X_n$, $Y_n\ Y_n$. Le point d'intersection C de ces lignes est le centre de gravité demandé.

Lorsqu'un dessin n'est pas exécuté en grandeur naturelle, mais suivant une échelle $\frac{1}{n}$, il faut employer les formules suivantes pour calculer A, M, I:

Pour le traçoir fixe :

$$A = 0{,}1\ a \times n^2$$
$$M = 0.6\ m \times n^3$$
$$I = (10\ a - 4\ i)\ n^4$$

Pour le traçoir mobile :

$$A = 0.05\ a \times n^2$$
$$M = 0.15\ m \times n^3$$
$$I = \frac{10\ a - 4\ i}{8}\ n^4$$

L'unité de mesure pour les grandeurs A, M, I est toujours le centimètre.

Si, par exemple, dans le cas précédent, le profil du rail était dessiné en demi-grandeur, on devrait employer les formules ci-dessus, et comme $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$, on ferait $n = 2$. Comme $n^2 = 4$, $n^3 = 8$, $n^4 = 16$, les formules deviendraient :

$$A = 0.2\ a \qquad M = 1.2\ m \qquad I = 20\ a - 8\ i$$

pour le traçoir mobile qui a été employé à la mesure.

Lorsqu'on veut obtenir les surfaces en mètres, ce qui est habituellement le cas en matière de construction navale, on emploie les formules suivantes :

Pour le traçoir fixe :

$$A = 0{,}1\ a \left(\frac{n}{100}\right)^2$$
$$M = 0{,}6\ m \left(\frac{n}{100}\right)^3$$
$$I = (10\,a - 4\ i)\left(\frac{n}{100}\right)^4$$

Pour le traçoir mobile :

$$A = 0{,}05\ a \left(\frac{n}{100}\right)^2$$
$$M = 0{,}15\ m \left(\frac{n}{100}\right)^3$$
$$I = \left(\frac{10\,a - 4\,i}{8}\right)\left(\frac{n}{100}\right)^4$$

Si par exemple la figure à mesurer est dessinée à l'échelle du $\frac{1}{50}$ il faudra prendre $n = 50$, et on aura :

$$\frac{n}{100} = \frac{1}{2} \text{ et } \left(\frac{n}{100}\right)^2 = \frac{1}{4} \qquad \left(\frac{n}{100}\right)^3 = \frac{1}{8} \quad \left(\frac{n}{100}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

Les formules ci-dessus prennent, dans ce cas spécial, la forme suivante :

$$A = \frac{0{,}1\ a}{4} \qquad\qquad A = \frac{0{,}05\ a}{4}$$

$$M = \frac{0{,}6\ m}{8} \qquad\qquad M = \frac{0{,}15\ m}{8}$$

$$I = \frac{10\ a - 4\ i}{16} \qquad\qquad I = \frac{10\ a - 4\ i}{128}$$

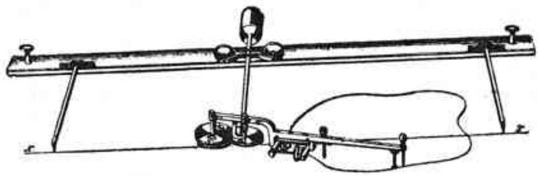
Si l'instrument devenait inexact par suite de dommages survenus à son mécanisme, on peut, si toutefois le défaut de précision n'est pas trop grand, obtenir encore de bons résultats, en renouvelant la mesure après avoir fait tourner la feuille du dessin de 180°, de telle façon que la partie de la figure qui, lors de la première opération, se trouvait entre la règle et l'axe vienne pour la seconde opération se placer en dehors de l'axe. On prend alors la moyenne des résultats obtenus dans les deux opérations.

DES DIFFÉRENTS MODÈLES D'INTÉGRATEURS

Les Intégrateurs mécaniques se construisent en quatre modèles :

1° Le modèle simple à deux compteurs qui permet de mesurer l'aire et le moment statique.

Cet appareil ne donne pas le moment d'inertie.



La règle a une longueur de 0^m75, le parcours du chariot est de 0^m67, et la distance de l'axe des moments à la règle est de 0^m19.

Il permet de mesurer en une fois un rectangle de $0^m54 \times 0^m38$.

Il est particulièrement employé dans les constuctions navales pour les calculs de stabilité et pour le calcul du volume et du centre de gravité de l'eau déplacée.

Il sert à mesurer les surfaces, à en déterminer le centre de gravité et à mesurer les volumes des corps de révolution.

Les formules sont pour le traçoir fixe : $A = 01, a$ et $M = 0{,}6\ m$ et pour le traçoir mobile $A = 0{,}05\ a$ et $M = 0{,}15\ a$ avec le centimètre comme unité de mesure.

2° L'Intégrateur moyen à trois compteurs. Il donne :

1° L'aire.
2° Le moment statique.
3° Le moment d'inertie.

Il s'applique en outre à la détermination du volume et du centre de gravité des corps de révolution.

Il permet de mesurer en une fois un rectangle de 1^m22 de longueur sur 0^m34 de largeur.

La longueur de la règle est de 1^m50, la course du chariot est de 1^m30 et la distance de l'axe des moments est de 0^m19.

C'est le modèle le plus couramment utilisé.

3° L'Intégrateur grand modèle à trois compteurs. C'est le même que le modèle ci-dessus mais ses dimensions sont plus grandes et il comporte un deuxième traçoir mobile.

La longueur de la règle est de 2^m, le parcours du chariot de 1^m72 et la distance de l'axe des moments à la règle est de 0^m35 ce qui lui permet de mesurer en une seule fois de plus grandes figures, avantage important dans les problèmes de construction navale.

Le mode d'emploi est le même que pour le précédent modèle et les formules sont les suivantes, le centimètre étant l'unité de mesure.

Traçoir fixe :	1er traçoir mobile :	2e traçoir mobile :
$A = 0{,}2\ a$	$A = 0{,}1\ a$	$A = 0{,}05\ a$
$M = 2{,}4\ m$	$M = 0{,}6\ m$	$M = 0{,}15\ m$
$I = 8\ (10\ a - 4\ i)$	$I = 10\ a - 4\ i$	$I = \frac{10\ a - 4\ i}{8\ a}$

4° L'Intégrateur à quatre compteurs. Il sert à mesurer :

1° L'aire	$\int y\ dx = A$
2° Le moment statique	$1/2 \int y^2\ dx = M$
3° Le moment dynamique	$1/3 \int y^3\ dx = I$
4° Le moment du 4e ordre	$1/4 \int y^4\ dx = P$

De mêmes dimensions que le modèle précédent, il permet de mesurer en outre le moment d'inertie des corps de révolution, non seulement autour de leur axe géométrique, mais encore autour de tout autre axe quelconque.

Il s'applique principalement au calcul des propriétés balistiques des armes à feu, au recul des canons, des tourelles cuirassées et des autres corps tournants de même qu'au calcul de la force régulatrice des volants.

Il permet de mesurer des corps de révolution allant jusqu'au cylindre de 1^m20 de longueur sur 0^m20 de diamètre.

Le diamètre du corps à mesurer peut être plus grand si sa longueur est réduite en proportion.

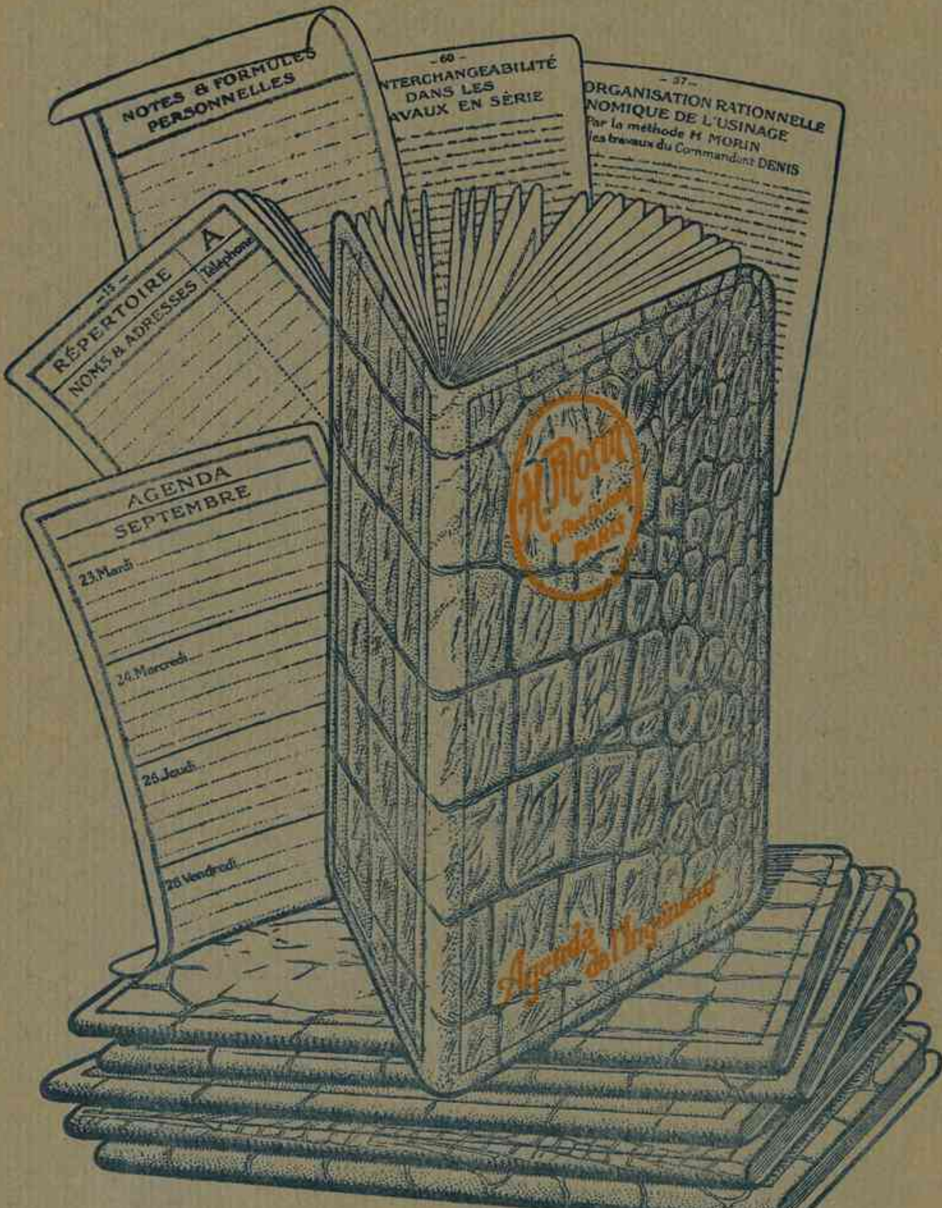
Cet Intégrateur comporte quatre roulettes, un traçoir mobile et deux traçoirs fixes.

Les formules à appliquer, le centimètre étant l'unité de mesure, sont les suivantes :

Traçoir fixe :	1er traçoir mobile :	2e traçoir mobile :
$A = 0{,}24\ a$	$A = 0{,}12\ a$	$A = 0{,}06\ a$
$M = 2{,}4\ m$	$M = 0{,}6\ m$	$M = 0{,}15\ m$
$I = 32\ (3\ a - i)$	$I = 4\ (3\ a - i)$	$I = 0{,}5\ (3\ a - i)$
$P = 480\ (4\ m - p)$	$P = 30\ (4\ m - p)$	$P = 3 \frac{(4\ m - p)}{16}$

Prix des Planimètres et Intégrateurs de la présente NOTICE en vente aux Établissements H. MORIN, 11, Rue Dulong, PARIS

1085	Planimètre polaire syst. Amsler à l'échelle de 1/1000e, en maillechort	*livré en écrin*	476 50
1086	Le même, à l'échelle de 1/2500e	—	476 50
1087	Planimètre polaire syst. Amsler à cinq échelles, en maillechort	—	541 25
1089	Planimètre polaire syst. Amsler à cinq échelles, servant en même temps pour le calcul des ordonnées moyennes de l'indicateur de Watt, en maillechort	—	575 »
1090	Le même, avec vis auxiliaire pour soulever le traçoir, en maillechort	—	664 25
9914	Grand Planimètre polaire syst. Amsler à cinq échelles, en maillechort	—	1223 »
1088	Planimètre polaire syst. Amsler à cinq échelles modèle à deux traçoirs pour figures très grandes et très petites, en maillechort	—	1548 »
1091	Planimètre polaire syst. Amsler à disque tournant en laiton verni	*livré en boîte*	4406 »
1093	Grand Planimètre linéaire syst. Amsler à disque tournant, en laiton verni	—	5110 »
9876	Planimètre compensateur glissant, syst. Bernard, en maillechort	—	226 75
9728	Planimètre compensateur syst. Coradi à une seule échelle, en laiton verni et maillechort	*livré en étui*	575 »
9730	Planimètre compensateur syst. Coradi à six échelles, avec dispositif de correction du parallélisme, en laiton verni et maillechort	—	860 »
9730bis	Le même, avec bras polaire variable, en laiton verni et maillechort	—	1024 »
9732	Planimètre compensateur syst. Coradi à six échelles, correction du parallélisme et dispositif pour la mesure des ordonnées moyennes des diagrammes de Watt, en laiton verni et maillechort . .	—	945 »
9734	Planimètre syst. Coradi à grand disque denté, laiton verni	*livré en boîte*	2598 »
9735	Petit Planimètre roulant syst. Coradi à sphère, axe des rouleaux 0m125, bras moteur 0m20. . .	—	2290 »
9736	Le même, mais avec bras moteur de 0m40 . , . .	—	2422 »
9737	Grand Planimètre roulant syst. Carodi à sphère, axe de rouleaux 0m16, bras moteur 0m30. . . .	—	2588 »
9738	Le même, mais avec bras moteur de 0m50	—	2724 »
1096	Intégrateur simple syst. Amsler à 2 compteurs en laiton verni.	—	*Prix variables*
1094	Intégrateur moyen syst. Amsler 3 compteurs en laiton verni.	—	»
1095	Intégrateur gr. mod. syst. Amsler à 3 compteurs en laiton verni	—	»
1097	Intégrateur syst. Amsler à 4 compteurs en laiton verni	—	»



AGENDAS & FORMULAIRES H. MORIN

Imprimerie des Établissements H. Morin,
— 11, Rue Dulong, 11 — Paris —